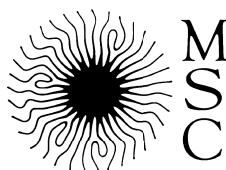


UNIVERSITÉ DE PARIS VII - U.F.R. DE PHYSIQUE

LABORATOIRE MATIÈRE ET SYSTÈMES COMPLEXES



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VII

Spécialité : **PHYSIQUE MACROSCOPIQUE**

présentée par

Suzie PROTIÈRE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PARIS VII

Sujet de la thèse :

**Gouttes rebondissantes :
une association onde-particule
à échelle macroscopique**

Soutenue le 25 octobre 2007 devant le jury composé de :

<i>Elisabeth Charlaix</i>	Présidente
<i>Yves Couder</i>	Directeur de thèse
<i>Hamid Kellay</i>	Rapporteur
<i>David Quéré</i>	Examineur
<i>Marc Rabaud</i>	Examineur
<i>Nicolas Vandewalle</i>	Rapporteur

Remerciements

Hamid Kellay et Nicolas Vandewalle ont gentiment accepté d'être rapporteurs. David Quéré et Marc Rabaud m'ont fait l'honneur d'être membres de mon jury. Je les remercie tous vivement. Je remercie également Elisabeth Charlaix d'avoir présidé ce jury.

Je remercie Jacques Meunier et Eric Perez au LPS de l'ENS ainsi que Jean-Marc DiMeglio au laboratoire MSC pour leur accueil au sein de leurs laboratoires.

Je remercie avant tout Yves Couder, mon directeur de thèse. Travailler avec lui a été une chance et un plaisir. Cette thèse doit également beaucoup à Arezki Boudaoud. J'ai beaucoup apprécié ses qualités aussi bien humaines que de chercheur. Merci aussi à Emmanuel Fort qui de temps en temps venait nous rendre visite et apportait alors un autre regard sur nos expériences. Je remercie également Stéphane Douady qui a été ma première vraie rencontre avec le monde de la recherche. Son enthousiasme et sa curiosité ont beaucoup contribué à mon envie de poursuivre dans cette voie. Je remercie Laurent Quartier qui était toujours là au tout début de ma thèse (et même pendant mes stages précédents) pour m'aider à améliorer le montage de la manip et qui m'a montré de nombreux "trucs" qui me serviront longtemps !

Je remercie Pascal Hersen qui finissait sa thèse quand j'arrivais et qui arrivait à MSC quand je finissais la mienne. Merci pour ses cafés et ses nombreux conseils. Je remercie Steffen Bohn pour sa disponibilité pendant la phase de rédaction. Je remercie Sylvain Courrech du Pont pour son aide et surtout son soutien pendant toute la fin de cette thèse.

Je remercie Luc Lebon et Laurent Limat pour leurs encouragements à l'approche de la soutenance. Je remercie David Quéré et Elise Lorenceau avec qui j'ai eu la chance d'encadrer les modex de Matière Molle à l'Ecole Polytechnique. Nos discussions m'ont permis de voir une autre manière de faire de la Physique. Ce fut un plaisir de pouvoir discuter art, littérature et bien sûr physique avec David.

Enfin, je remercie ma famille et mes amis. Autant mes amis du labo que mes amis de toujours pour leur soutien et leur grande compréhension.

ECRASEMENT DE GOUTTES

Je ne sais pas, regarde, c'est terrible comme il pleut. Il pleut tout le temps, dehors épais et gris, ici contre le balcon avec de grosses gouttes dures et figées qui s'écrasent comme des gifles l'une après l'autre, quel ennui. Voici une petite goutte qui naît en haut du cadre de la fenêtre, elle tremble contre le ciel qui la brise en mille reflets assourdis, elle gonfle et vacille, elle va tomber, elle ne tombe pas, pas encore. Elle s'accroche de toutes ses griffes, elle ne veut pas tomber et on la voit qui s'agrippe avec ses dents tandis que son ventre enfle, c'est à présent une énorme goutte qui pend majestueuse et soudain youp ! la voilà partie plaf ! plus rien, une tache humide sur le marbre.

Mais il y en a qui se suicident et qui se rendent tout de suite, elles naissent du cadre et se jettent aussitôt dans le vide, il me semble voir la vibration du saut, leurs petits pieds qui se décolle et le cri qui les grise dans ce néant de la chute et de l'écrasement. Tristes gouttes, rondes gouttes innocentes. Adieu, gouttes. Adieu.

Julio Cortázar (Cronopes et fameux - 1962)

Table des matières

Remerciements	iii
Introduction	i
1 A propos de deux phénomènes connus :	
- La coalescence et la non-coalescence de gouttes	
- Les ondes forcées à la surface d'un liquide	1
1.1 Coalescence et non-coalescence	1
1.2 Instabilité de Faraday	11
2 Dispositif expérimental	17
2.1 Dispositif	17
2.2 Comment générer des gouttes	18
2.3 Détection du mouvement	21
3 Modes de rebondissement d'une goutte	25
3.1 La bille inélastique sur un plateau oscillant : théorie	25
3.2 Une goutte sur un bain oscillant : expérience	30
3.2.1 Rebond simple et doublement de période	30
3.2.2 Analyse quantitative du rebond de la goutte	32
3.2.3 Diagramme de phase	35
3.3 Conclusion	40
4 Les marcheurs	41
4.1 Mouvement dans le plan horizontal	42
4.1.1 Trajectoire d'un marcheur	42
4.1.2 Origine du déplacement	42
4.2 Relation avec l'instabilité de Faraday	44
4.2.1 Marcheurs sur d'autres fluides	47
4.2.2 L'approche de l'instabilité de Faraday	48

4.3	Bifurcation de marche et vitesse de la goutte	51
4.4	Modélisation du mouvement d'un marcheur	53
4.4.1	Bifurcation	54
4.4.2	Mise en marche d'une goutte et détermination des paramètres du modèle	55
4.5	Discussion : comparaison théorie et expérience	57
5	Interactions de gouttes identiques : états liés, collisions, orbites etc.	59
5.1	Les différents modes d'auto-organisation observés	59
5.1.1	Agrégats compacts	60
5.1.2	Etats liés et cristaux de gouttes	60
5.2	Interactions de marcheurs	64
5.2.1	Collisions attractives : orbites	64
5.2.2	Collisions répulsives	71
5.3	Modélisation	72
5.3.1	Mise en équation de l'interaction de deux marcheurs	74
5.3.2	Simulations numériques des collisions et rôle du paramètre d'impact .	75
5.3.3	Discussion	81
6	Interactions de deux gouttes de taille différente	85
6.1	Phénoménologie	85
6.1.1	Familles de trajectoires	85
6.1.2	Coexistence des modes d'organisations	87
6.2	Epicycles	89
6.2.1	Distance entre deux gouttes	89
6.2.2	Description géométrique des trajectoires	89
6.2.3	Mouvement collectif	92
6.2.4	Influence de d sur la trajectoire	97
6.3	Comparaisons des différents modes d'organisation	100
6.3.1	Trajectoires	100
6.3.2	Quantification de la distance entre deux gouttes en interaction	102
6.3.3	Vitesse	105
6.4	Dynamique	113
6.5	Epicycles dans d'autres contextes	115
	Conclusion	117

Introduction

Le travail qui est présenté ici a pour origine la possibilité de faire rebondir à l'infini une goutte sur un substrat liquide, si celui-ci oscille verticalement. Dans cette situation, la coalescence de la goutte est inhibée. Il avait été montré avant le début de cette thèse que ce phénomène est dû au fait que les rebondissements successifs de la goutte renouvellent à chaque période le film d'air qui la sépare du substrat.

Ce rebondissement de la goutte déforme la surface fluide sous-jacente. La première partie de cette thèse est entièrement consacrée à l'étude de l'interaction entre la goutte rebondissante et le substrat déformé par ce rebondissement même. Dans le cas où plusieurs gouttes rebondissantes sont simultanément présentes à la surface, la déformation due au rebondissement de toutes les gouttes génère entre elles différents types d'interaction qui seront étudiés dans la seconde partie de la thèse.

D'une manière générale, la perturbation de la surface par une seule goutte étant ponctuelle et périodique génère naturellement des ondes amorties. Ces ondes peuvent être de plus ou moins grande amplitude et plus ou moins amorties selon l'amplitude du forçage et la taille de la goutte. A proximité immédiate de l'instabilité de Faraday, nous avons trouvé une transition remarquable par laquelle la goutte, en interaction avec l'onde qu'elle génère, se met spontanément à se déplacer à vitesse constante dans le plan horizontal. C'est ce qu'on appellera un marcheur. On verra que ces structures sont très stables. L'étude des interactions de ces structures localisées propagatives révélera une grande richesse de comportements.

Il faut remarquer également que, dans la situation de marcheur, l'association de la goutte et de son onde a un caractère symbiotique tout à fait unique. La particule (réelle) et son onde peuvent être différenciées, mais ne peuvent pas être dissociées, car l'onde n'existe pas sans la goutte et la goutte sans son onde ne peut pas se déplacer. Le système que nous étudions donc n'est plus la goutte rebondissante mais plutôt l'association de la goutte et de l'onde qu'elle génère à chaque rebond. Ce nouveau système forme une structure non linéaire fortement localisée.

La configuration générale de notre expérience est celle qui est habituellement utilisée pour étudier l'instabilité de Faraday. Toutes nos expériences sont effectuées en dessous du seuil de cette instabilité, seuil qui dans notre cas est super-critique. On peut cependant remarquer

que plusieurs des comportements observés sont comparables aux états d’ondes localisées. Celles-ci sont observées lorsque le fluide utilisé est le sable [70], un fluide non-newtonien [43] ou une huile très visqueuse de faible épaisseur [41]. Elles sont parfois appelées oscillons. Dans toutes ces expériences, dans la région hystérétique proche du seuil, on a coexistence d’un état général stable avec petits domaines spatialement localisés affectés par des ondes de grande amplitude. Il s’agit de cas particulier d’ondes solitaires dissipatives par ailleurs largement étudiées théoriquement.

On notera toutefois que dans toutes ces expériences antérieures les ondes localisées sont très fortement non-linéaires et associées à une bifurcation sous-critique alors que, dans notre cas, elles apparaissent sous un seuil de bifurcation super-critique et sont dues à l’existence d’oscillateurs localisés. Il existe cependant quelques comportements communs. En particulier on va montrer que lorsque plusieurs gouttes sont à la surface du liquide, elles peuvent s’auto-organiser et former un “cristal de gouttes” assez voisin des agrégats d’oscillons observés par [70].

L’organisation du manuscrit est la suivante : Dans le premier chapitre nous rappelons d’abord les différentes expériences qui permettent d’inhiber la coalescence d’une goutte déposée sur la surface d’un liquide. Cela met en évidence le rôle crucial joué par le film d’air intermédiaire. Nous présentons aussi les conditions dans lesquelles le rebondissement entretenu de la goutte permet d’atteindre ce but. Dans le deuxième chapitre, nous présentons le principe de l’expérience et nous décrivons le montage ainsi que l’ensemble des techniques de mesure utilisées. Le troisième chapitre décrit les différents comportements d’une goutte à la surface d’un bain de liquide lorsqu’on fait varier les différents paramètres. Le quatrième chapitre est consacré à l’étude des marcheurs et le chapitre suivant à l’interaction de marcheurs identiques à la surface du liquide. Dans le chapitre six, nous nous concentrons sur les différents types de trajectoires observées lorsque deux marcheurs de tailles différentes interagissent.

Chapitre 1

A propos de deux phénomènes connus :

- La coalescence et la non-coalescence de gouttes
- Les ondes forcées à la surface d'un liquide

Au cours de ce chapitre introductif, nous allons présenter en détail deux phénomènes qui seront, par la suite nécessaires à la compréhension de cette thèse. Tout d'abord, nous décrirons le phénomène de coalescence de gouttes avec un substrat et différents travaux dans lesquels ce processus est inhibé. Puis nous rappellerons les caractéristiques essentielles de l'instabilité de Faraday, c'est-à-dire l'apparition spontanée d'ondes à la surface d'un liquide soumis à une oscillation verticale.

1.1 Coalescence et non-coalescence

Le phénomène habituel de coalescence

Lorsqu'on dépose une goutte à la surface d'un bain du même liquide, la goutte va fusionner avec lui. Ce processus de fusion s'appelle la coalescence. Il a été initialement observé et étudié par Lord Rayleigh [57] (1899). Ce phénomène est illustré sur la série de photos de la figure 1.1. La goutte, sous l'action de la gravité, s'approche de l'interface et écrase ainsi le fin film

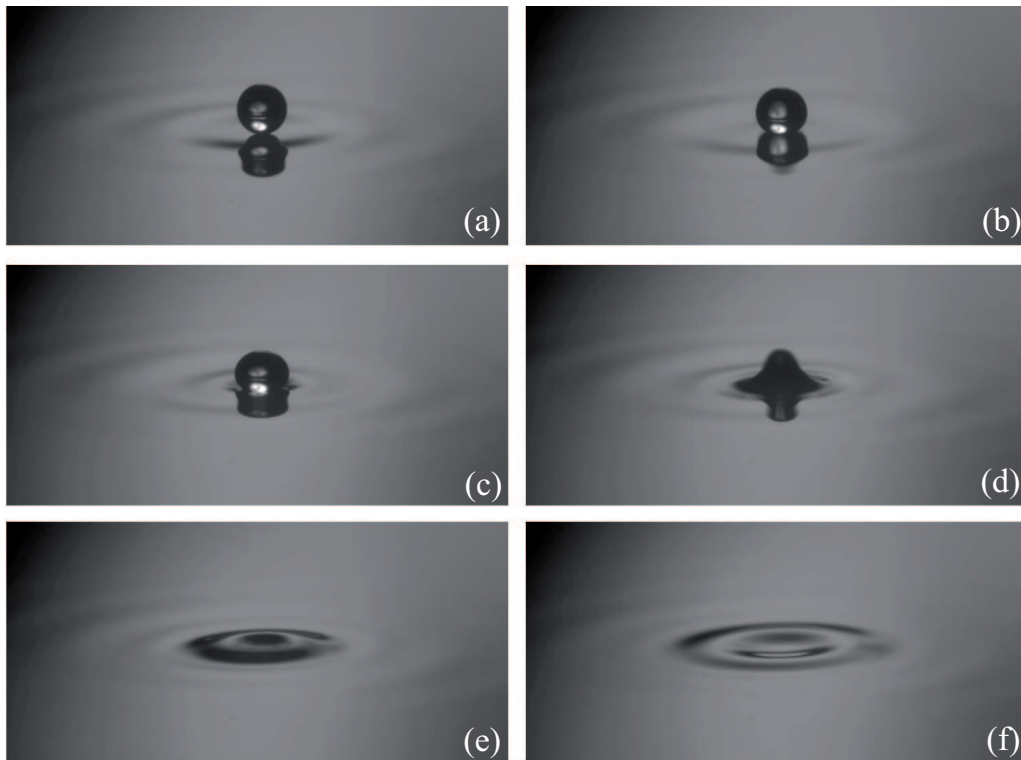


FIG. 1.1 – Coalescence d'une goutte avec un bain du même liquide. Temps entre chaque image : 3 ms. Huile silicone de viscosité : $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s. Diamètre de la goutte : $D = 1$ mm.

d'air qui les sépare. Ce film d'air intermédiaire est lentement évacué sur les côtés. Le film d'air devient si mince, que les forces attractives de Van der Waals entrent en jeu [12] et les deux surfaces courbées vont alors entrer en contact en un point. Le film d'air se trouve rompu en ce point et le liquide à l'intérieur de la goutte va ensuite rapidement fusionner avec le bain sous-jacent afin d'équilibrer les pressions. Avec de l'eau pure, ce processus se fait en quelques millisecondes [66].

Parfois la goutte ne va coalescer que partiellement avec le liquide et former une nouvelle goutte. Cette nouvelle goutte va alors accomplir les mêmes étapes. C'est la cascade de coalescence [66, 11]. Plusieurs hypothèses ont été émises afin d'expliquer ce phénomène. L'explication semble être donnée aujourd'hui par F. Blanchette *et al.* [7]. Des ondes capillaires sont émises au moment de la rupture du film d'air. Ces ondes se propagent à la surface de la goutte et contrent alors son effondrement horizontal. La goutte ne coalesce alors que partiellement.

Comment empêcher la coalescence d'une goutte ?

Il existe cependant des situations où la coalescence peut être retardée, ou même inhibée. Nous allons décrire dans cette partie, trois expériences où le processus de coalescence est empêché grâce à la présence :

- de surfactants
- de convection thermique
- d'un ressaut hydraulique

En présence de surfactants. Y. Amarouchene *et al.* [1] ont montré que lorsqu'on ajoute un surfactant, cela peut retarder la coalescence. En prenant de l'eau pure, ils fabriquent des liquides contenant une quantité variable de surfactants et étudient ensuite la coalescence d'une goutte avec un bain de ce même liquide. Si on lâche la goutte à une hauteur h telle que $h > h_c$, la goutte coalesce immédiatement avec la surface. On a alors une première évaluation de la barrière énergétique nécessaire pour que la coalescence ait lieu. Si on lâche la goutte à une hauteur h inférieure à h_c , on peut mesurer le temps moyen t_c pendant lequel la goutte reste à la surface du liquide avant de coalescer.

Y. Amarouchene *et al.* [1] remarquent alors que pour une quantité très faible de surfactant, le temps pendant lequel la goutte va rester en vie à la surface du liquide peut être multiplié par deux. Les queues hydrophobes des molécules de surfactants ajoutent un obstacle à la coalescence (figure 1.2). Les auteurs supposent que la friction de l'air contre la couche de surfactants à la surface du liquide est responsable du retard dans l'amincissement du film d'air intermédiaire. La surface contenant des surfactants présente une plus grande résistance au flux d'air piégé entre la goutte et le bain de liquide.

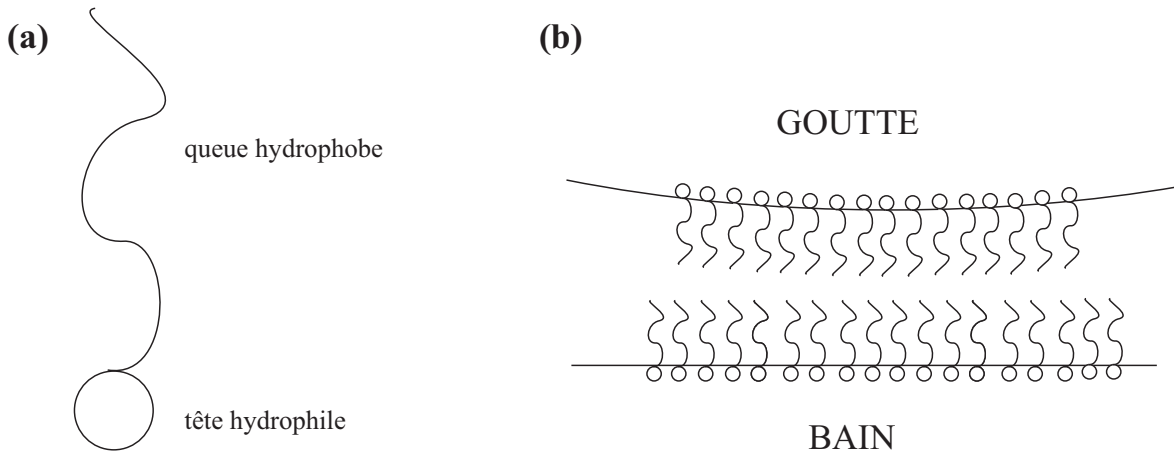


FIG. 1.2 – (a) Une molécule de surfactant. (b) Film d'air intermédiaire piégé entre la goutte et le bain de liquide. Les queues hydrophobes vont retarder la coalescence.

En présence de convection thermique. P. Dell'Aversana *et al.* [19, 20] ont mis en place un autre type d'expérience qui peut retarder la coalescence de deux gouttes. Deux gouttes sont formées, une goutte pendante et une goutte sessile, chacune à des températures différentes ($T_{sessile} < \text{Température ambiante} < T_{pendante}$). L'expérience est schématisée sur la figure 1.3 (a).

Une fois qu'un gradient de température est établi le long de la surface du liquide, comme la tension de surface diminue quand la température augmente, la convection de Marangoni se met en place à l'intérieur de chaque goutte. Cette convection met le liquide à l'intérieur de la goutte en mouvement mais aussi, par viscosité, le film d'air autour de la goutte. Les deux gouttes sont alors progressivement rapprochées l'une de l'autre. Alors, même lorsque les deux gouttes sont écrasées l'une contre l'autre, elles ne vont pas coalescer. Le film d'air autour de la goutte sert comme un film de lubrification qui exerce une pression empêchant le contact entre les deux gouttes. Cet écoulement engendre un mouvement de cisaillement qui fait glisser les gouttes de leur axe de symétrie lorsqu'on force leur contact. Les surfaces presque en contact vont se déformer, comme on peut le voir sur la photo 1.3 (b)

Dell'Aversana *et al.* montre que le mouvement à l'interface entre les deux gouttes induit par la convection de Marangoni ajoute une pression de lubrification qui peut empêcher la coalescence. Plus la vitesse du film d'air entre les deux gouttes est grande, plus la pression de lubrification augmente et tient celles-ci suffisamment éloignées l'une de l'autre et permet d'éviter que les forces attractives de Van der Waals agissent.

Dans le voisinage d'un ressaut hydraulique. L'expérience de K. R. Sreenivas *et al.* [62] permet de garder en vie de grosses gouttes à la surface d'un liquide. Un jet d'eau frappe

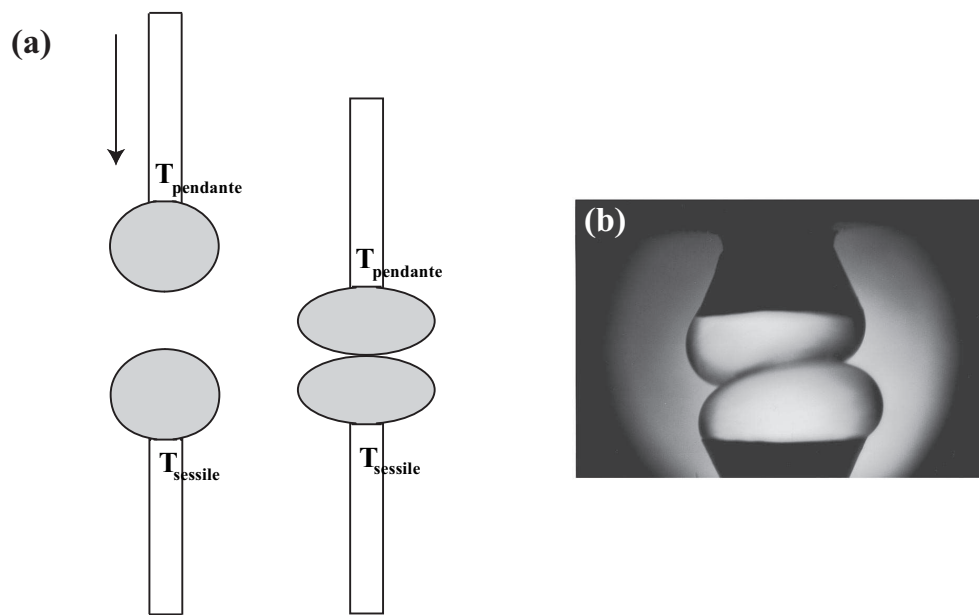


FIG. 1.3 – (a) Schéma de l'expérience de P. Dell'Aversana, J. R. Banavar et J. Koplik [19]. $T_{sessile} < T_{pendante}$. La coalescence de deux gouttes mises en contact et soumises à un gradient de température peut être retardée. (b) Photo tirée de Dell'Aversana *et al.* [19] montrant que deux gouttes soumises à des températures différentes approchées l'une de l'autre ne coalesce pas alors que leur surface se déforme.

verticalement une surface horizontale. Il s'étale alors en une mince nappe circulaire de vitesse élevée. A partir d'une certaine distance au jet, un ressaut hydraulique circulaire se forme : l'épaisseur de la nappe augmente brutalement et sa vitesse diminue [74]. Une goutte déposée en amont du ressaut est d'abord entraînée radialement. Toutefois comme elle ne peut pas monter sur le ressaut elle se retrouve bloquée et reste immobile dans le repère du laboratoire. La nappe liquide qui passe en dessous à grande vitesse entraîne un film d'air avec elle qui permet à la goutte de léviter. Le film d'air exerce alors une contrainte de cisaillement qui induit une rotation rapide de la goutte (comme l'illustre le schéma de la figure 1.4).

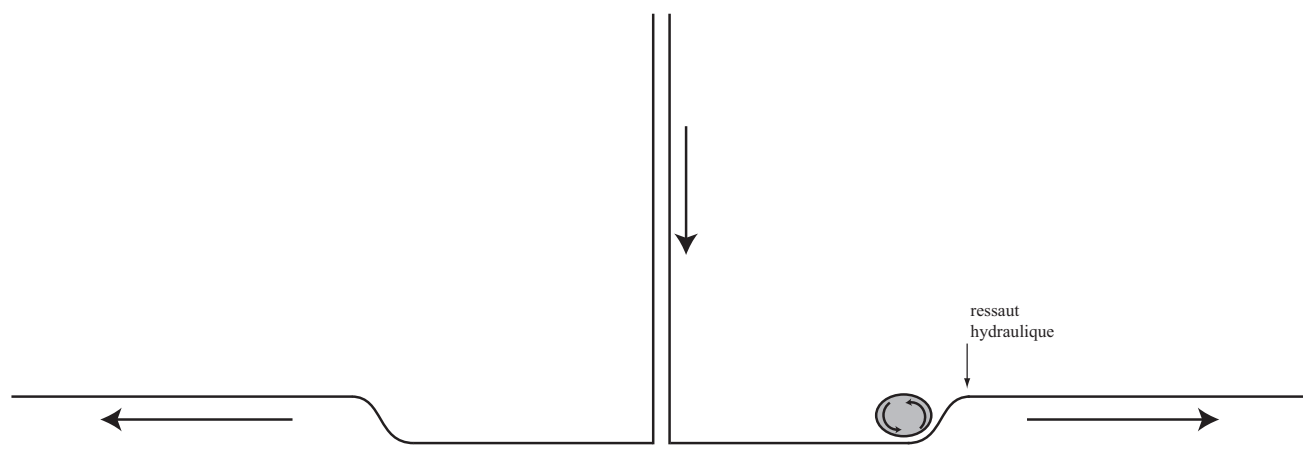


FIG. 1.4 – Schéma de l'expérience de K. R. Sreenivas *et al.* [62]. Le jet d'eau impactant la plaque forme un ressaut près duquel la goutte se retrouve bloquée. Les flèches montrent le mouvement induit à l'intérieur de la goutte.

Rôle du film d'air

Ces trois expériences décrivent bien le rôle capital joué par le film d'air intermédiaire dans le processus de coalescence. Dans chacune d'elles, le film d'air intermédiaire entre la goutte et le liquide est soit stabilisé pour retarder la coalescence (par l'ajout de surfactant ou par un mouvement à l'intérieur de la goutte (effet Marangoni)), soit renouvelé et ainsi l'empêche complètement (par un mouvement imposé de la surface qui entraîne en permanence un film d'air).

Ces expériences se rapprochent donc de l'expérience plus ancienne encore de Leidenfrost dans laquelle, une goutte est stabilisée par un film de vapeur [35, 5]. Une goutte d'eau posée sur la surface d'une plaque solide très chaude est stabilisée par le film de vapeur sous-jacent. La goutte d'eau est soutenue par sa propre vapeur. Garder un film gazeux entre une goutte et un substrat est une manière d'empêcher la coalescence.

On notera que le film d'air intermédiaire peut également jouer un rôle afin d'empêcher une goutte de mouiller une surface. Dans la nature, par exemple, les feuilles de Lotus constituent d'excellentes surfaces superhydrophobes [48]. Rugueuses à l'échelle microscopique, cette surface peut très facilement piéger l'air. Lorsqu'on y dépose une goutte celle-ci n'accroche pas la surface et glisse sur la feuille. On peut reproduire cet effet en fabriquant des surfaces texturées imitant les surfaces naturelles super-hydrophobes observées dans la Nature [61, 6, 10] ou en texturant la surface de la goutte elle-même [3].

Non-coalescence par rebond

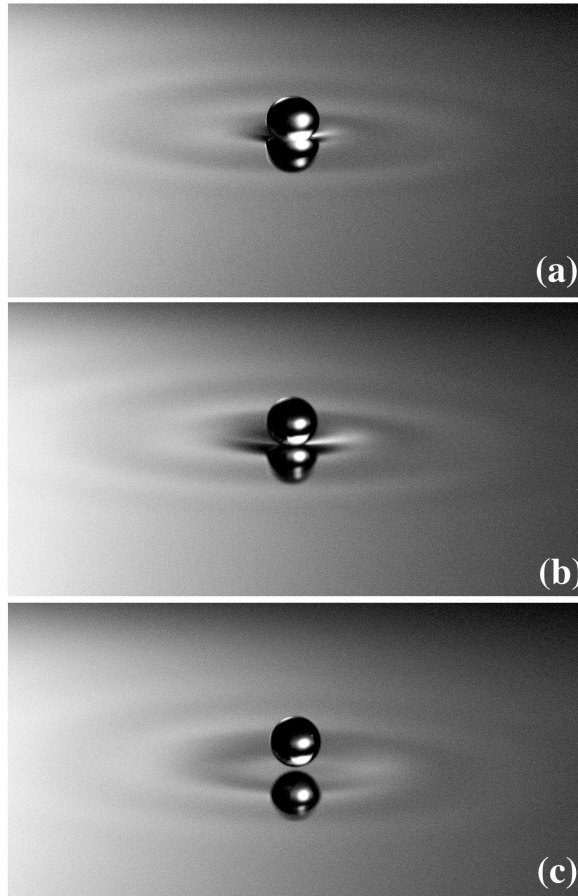


FIG. 1.5 – Trois photos montrant une goutte rebondissant à la surface d'un bain du même liquide oscillant verticalement. A chaque rebond, la goutte émet une onde propagative à la fréquence de forçage. $D = 1$ mm, $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz, $\gamma_m/g = 3$. Les photos correspondent à la moitié de la période de forçage : $T_0/2 = 6$ ms.

Y. Couder *et al.* [15] ont développé une nouvelle technique permettant, par oscillation verticale du substrat, de renouveler constamment le film d'air intermédiaire et ainsi de per-

mettre à une goutte de persister pendant un temps infini. Cette thèse repose sur le principe de cette expérience. Il faut donc comprendre d'abord en détail comment et pourquoi le film d'air est renouvelé.

On dépose une goutte sur un bain de liquide oscillant verticalement. L'accélération à laquelle est soumis le bain de liquide est $\gamma = A \cos(\omega t)$. Si γ est suffisamment grande la goutte n'a jamais le temps de casser le film d'air avant d'être de nouveau projetée en l'air par l'accélération apportée au bain. On peut ainsi faire rebondir une goutte à la période d'oscillation du bain sur un film d'air intermédiaire, toujours renouvelé. C'est ce qu'illustre la série de photos de la figure 1.5. J. Walker avait déjà observé ce phénomène pour le Scientific American en utilisant de l'eau savonneuse [73].

Pour garder en vie une goutte que l'on dépose sur un bain oscillant du même liquide, il est indispensable que la goutte décolle de la surface du bain. Cela n'est possible que si l'on apporte une accélération γ_m suffisante au substrat ($\gamma_m = A\omega^2$). Il existe donc une accélération seuil γ_m^C d'oscillation du bain à partir de laquelle la goutte se mettra à rebondir à la surface du liquide. C'est au-delà de cette valeur que la coalescence de la goutte est inhibée. Cette accélération seuil a été mesurée par Y. Couder *et al.* [15] pour des huiles de viscosité $\mu = 500.10^{-3}$ Pa.s. (figure 1.6).

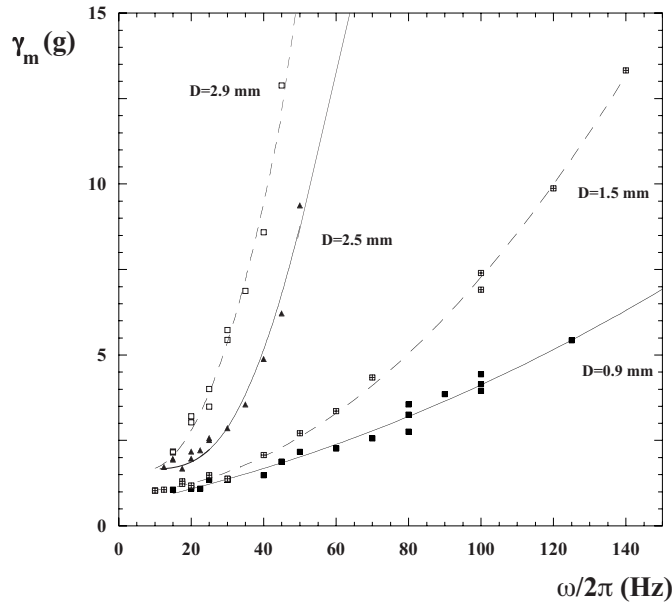


FIG. 1.6 – Accélérations seuils mesurées pour des gouttes rebondissantes de différents diamètres en fonction de la fréquence de forçage. Le liquide utilisé ici est de l'huile silicone de viscosité $\mu_L = 500.10^{-3}$ Pa.s. Figure tirée de Y. Couder *et al.* [15].

Sur la figure 1.6, on constate tout d'abord que les conditions de rebonds dépendent de

la taille de la goutte. En effet, il ne faut pas oublier le rôle important que joue la longueur capillaire.

La longueur capillaire l_c correspond à la longueur au-delà de laquelle la gravité devient importante. Cette longueur est définie en comparant la pression capillaire (σl_c) et la pression hydrostatique ($\rho g l_c$). On a donc :

$$l_c = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$$

La comparaison de la taille d'une goutte à l'échelle de longueur l_c permet ainsi de savoir si l'on est dans une situation où la gravité ou la capillarité domine. La forme des gouttes est déterminée essentiellement par les forces capillaires. Le liquide utilisé est de l'huile silicone dont les grandeurs caractéristiques sont $\sigma = 0.0209 \text{ mJ.m}^{-2}$ et $\rho = 965 \text{ g.m}^{-3}$.

On peut en déduire l_c pour l'huile de silicone : $l_c = 1.48 \text{ mm}$ (pour l'eau pure, $l_c = 2.7 \text{ mm}$). Les phénomènes que nous observons en général se produisent pour des gouttes de diamètre $D < 2l_c \approx 3 \text{ mm}$. Ainsi à des échelles de taille où le rayon de la goutte r est tel que $r \ll l_c$ la goutte ne subit pas de déformation et reste sphérique à tout instant tandis que lorsque $r \approx l_c$, la goutte prend une forme oblongue quand elle est pressée contre la surface du bain de liquide pour retourner à sa forme sphérique lorsqu'elle décolle. Cela engendre alors, bien évidemment, une déformation plus grande du substrat sur lequel elle oscille, que lorsque l'on a des petites gouttes sphériques.

Sur le graphe, figure 1.6, plus la goutte est grosse, plus l'accélération apportée doit être importante. Le film d'air intermédiaire est plus fin et se casse donc plus facilement. Pour les petites gouttes, on remarque qu'il existe à basses fréquences une limite simple où $\gamma_m^C = g$. A chaque période, la goutte décolle lorsque le plateau descend avec une accélération plus grande que g . Cette limite est identique à celle de décollage pour une bille solide inélastique sur un plateau vibrant. Le mouvement d'une bille à la surface d'un plateau vibrant a été étudié en détail par N. B. Tuffiaro [67] et P. Pieranski [51]. Nous verrons cette analogie plus en détail dans le chapitre 3.

De plus, sur la figure 1.6 on peut voir que, pour des gouttes de taille donnée, γ_m^C croît comme ω^2 . Deux conditions sur le film d'air intermédiaire doivent être remplies pour que l'on puisse observer le rebond stable d'une goutte à la surface du liquide :

1. le film d'air doit résister à la pression de la goutte pendant la moitié d'une période, où le bain de liquide remonte.
2. le film d'air doit être renouvelé pendant la moitié d'une période, où le bain de liquide redescend.

On doit donc considérer la dynamique du film d'air intermédiaire afin de comprendre comment il peut survivre au rebond d'une goutte et être ainsi renouvelé.

A un temps donné, comme le montre le schéma 1.7, l'épaisseur du film d'air intermédiaire est notée h et son rayon r_F .

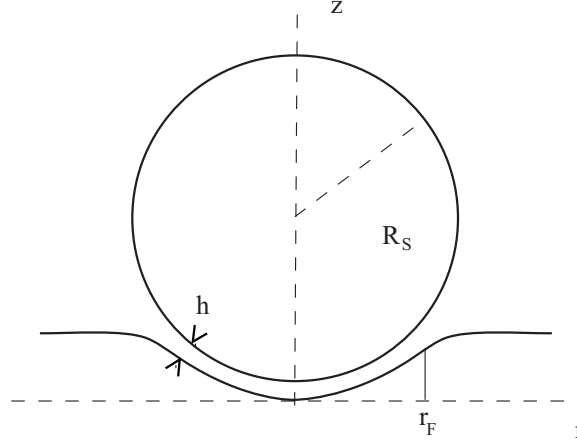


FIG. 1.7 – Schéma de la géométrie d'une goutte à la surface du liquide et de son film d'air intermédiaire.

On suppose ici que la viscosité du liquide μ_L est bien plus grande que celle du film d'air intermédiaire μ_{air} , de telle sorte que le flux d'air n'entraîne pas le liquide. Lorsque la goutte atterrit, le film d'air résiste à la pression de la goutte lorsqu'on atteint le régime visqueux, c'est-à-dire lorsque les forces visqueuses sont prépondérantes devant les forces inertielles. Le nombre de Reynolds Re traduit cette comparaison. On est en régime visqueux lorsque le nombre de Reynolds est suffisamment petit.

$$Re = \frac{Vl}{\nu},$$

ν est la viscosité cinématique du fluide $\nu = \rho/\mu$, l est la longueur caractéristique et la vitesse V du fluide est $V = h\omega$. Ici, il faut donc que

$$Re = \frac{\rho_{air} h_0^2 \omega}{\mu_{air}} < Re_c.$$

Cette condition impose une échelle pour une épaisseur caractéristique du film d'air h_0 . L'approximation de lubrification (voir [28]) montre que le film d'air résiste à la pression de la goutte avec une force F telle que :

$$F \sim \mu_{air} \frac{r_f^4 \omega}{h_0^2}$$

en prenant la période des oscillations comme temps caractéristique. Soit $m = \frac{4}{3}\pi\rho_L R^3$ la masse de la goutte et γ l'accélération qu'elle subie. A l'atterrissage, l'équilibre des forces donne : $-mg + F = m\gamma$, et au décollage : $mg + F = m\gamma$. La condition au décollage étant plus

restrictive que celle à l'atterrissage, c'est donc elle qui permet de déterminer l'accélération critique γ_m^C nécessaire au rebond d'une goutte :

$$\gamma_m^C - g = \frac{1}{Re_c} \frac{\rho_{air}}{\rho} l \omega^2 \text{ avec } l = \frac{r_F^4}{R_S^3}. \quad (1.1)$$

Par conséquent, il faut une accélération plus importante pour compresser et renouveler le film d'air à hautes fréquences ou pour un film d'air plus large. Plus la goutte est grosse, plus le film d'air entre la goutte et le substrat est large et donc plus il faut une accélération importante pour presser ou évacuer le film d'air entre la goutte et le bain de liquide. C'est bien ce que montre le graphe 1.6.

Le travail de Y. Couder *et al.* confirment que c'est bien la dynamique visqueuse du film d'air qui empêche la coalescence d'avoir lieu et qui détermine le seuil à partir duquel la goutte se met à rebondir.

1.2 Instabilité de Faraday

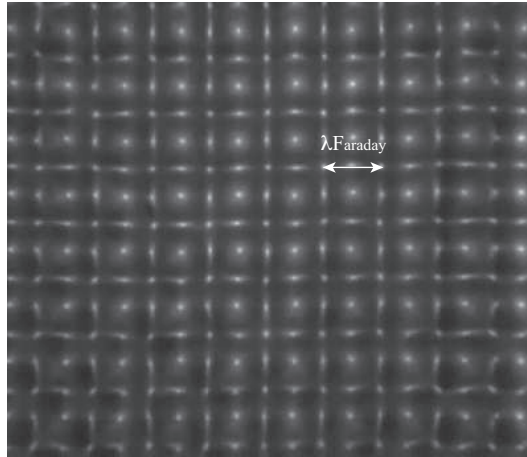


FIG. 1.8 – Instabilité de Faraday

Le dispositif expérimental utilisé pour obtenir des gouttes rebondissantes est celui-là même avec lequel on observe et l'on étudie habituellement l'instabilité de Faraday. Nous verrons par la suite que certains des phénomènes étudiés ici, sont liés à cette thèse. Il est donc bon de rappeler ici les caractéristiques principales de cette instabilité.

Dans cette instabilité classique on observe, sur la surface d'un liquide vibré, la formation spontanée d'ondes stationnaires de fréquence sous harmonique. Toutes nos expériences ont lieu pour des forçages de plus faible amplitude que ceux nécessaires au déclenchement de

cette instabilité. Toutefois on verra que les ondes de Faraday amorties jouent un grand rôle dans la dynamique des gouttes rebondissantes.

Cette instabilité a été découverte par M. Faraday en 1831 [25], puis caractérisée par T. B. Benjamin et F. Ursell en 1954 [4] et depuis, a été très largement étudiée [69, 32, 22, 24, 23, 75, 72, 76, 42]. Elle se distingue par la formation à la surface du liquide d'un réseau (voir figure 1.8) d'ondes stationnaires de fréquence moitié de la fréquence de forçage du système. Ces ondes résultent du forçage paramétrique des ondes de surface.

Vitesse des ondes

La dynamique des ondes capillaires est dominée par les effets de tension de surface. Lorsque leur longueur d'onde devient trop grande ($\lambda > l_c$) il faut prendre en compte les effets dus à la gravité. Les ondes observées sont alors des ondes capillaro-gravitationnelles, dont l'équation de dispersion s'écrit :

$$\omega_0^2(k) = [gk + \frac{\sigma}{\rho}k^3] \tanh(hk), \quad (1.2)$$

où k est le nombre d'onde du mode, h la profondeur de fluide, g la gravité, σ et ρ la tension de surface et la densité du fluide et le premier mode de résonance est ω_0 .

A profondeur infinie, la vitesse des ondes ne dépend plus de la profondeur du liquide ($\tanh(hk) \rightarrow 1$). L'épaisseur du fluide commence à jouer un rôle quand $h \approx 2$ mm (voir figure 1.9). Dans les expériences présentées dans cette thèse, nous nous sommes toujours placés dans le cas où $h > 2$ mm. L'épaisseur du fluide n'influe pas sur les ondes formées à sa surface.

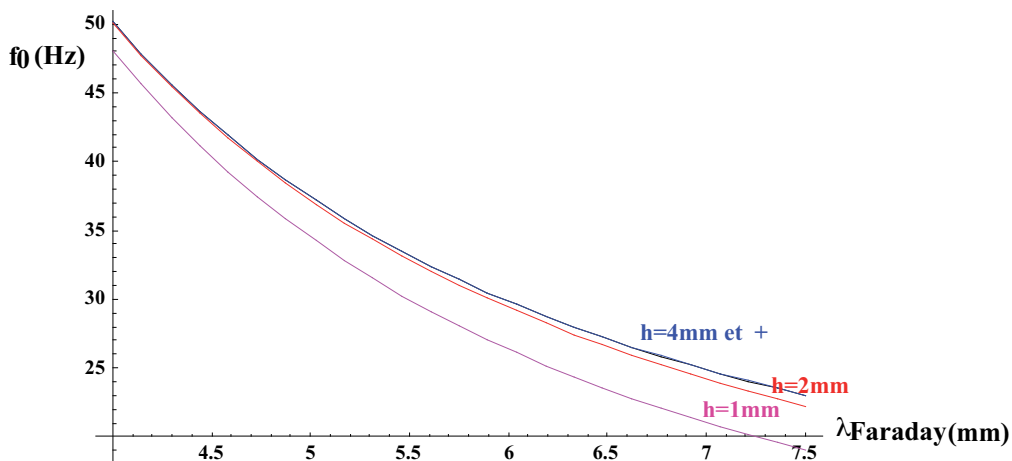


FIG. 1.9 – $\omega_0^2(k) = [gk + \frac{\sigma}{\rho}k^3] \tanh(hk)$, l'équation de dispersion pour les ondes capillaro-gravitationnelles pour différentes épaisseurs h de liquide. Lorsque l'épaisseur de liquide atteint $h > 4$ mm, les ondes ne dépendent plus de l'épaisseur de liquide.

On déduit donc de l'équation de dispersion des ondes 1.2 v_F^ϕ :

$$v_F^\phi = \sqrt{\frac{g}{k} + \frac{\sigma k}{\rho}}$$

Par exemple, lorsque la fréquence de forçage est $f_0 = 80$ Hz on a : $f_F = f_0/2 = 40$ Hz et $v_F^\phi = 189$ mm/s.

Nous observons ces ondes stationnaires à la fréquence moitié de la fréquence de forçage. Nous verrons par la suite que ce forçage paramétrique peut jouer un rôle dans le comportement des gouttes. Il est donc utile de comprendre en détail les modes de résonance à la fréquence $f_{Faraday} = f_0/2$ du bain de liquide oscillant.

Modes de résonance du liquide à la fréquence moitié

Les ondes observées correspondent à des modes d'oscillation de la surface libre, comparables à ceux d'une membrane solide. Ce sont des ondes stationnaires. La déformation de la surface ζ peut donc s'écrire comme :

$$\zeta = a(t)F(x, y). \quad (1.3)$$

$a(t)$ correspond à l'amplitude des oscillations. Dans ce cas-là, $a(t)$ est régie en première approximation par l'équation d'un oscillateur :

$$\partial_t^2 a + \omega_F^2 a = 0, \quad (1.4)$$

où ω_F est la fréquence propre du mode F . L'excitation paramétrique consiste à moduler dans le temps un des termes physiques intervenants dans l'équation de dispersion. Or, ici le mouvement d'oscillation verticale du liquide correspond à une modulation de la gravité effective dans le référentiel de la boîte. Ainsi, en modulant la gravité effective, on module aussi la fréquence propre. La modulation est purement sinusoïdale et de pulsation ω_0 . C'est la fréquence des oscillations du plateau. On peut donc maintenant écrire l'équation 1.4 comme :

$$\partial_t^2 a + \omega_F^2 (1 + 2\epsilon \cos(\omega_0 t)) a = 0 \quad (1.5)$$

C'est l'équation de Mathieu. ϵ représente sous sa forme adimensionnée l'amplitude de l'excitation. Comme le système expérimental est loin d'être inviscide, on ajoute un terme d'amortissement de manière phénoménologique à l'équation de Mathieu. Ainsi, si l'on ne considère qu'un mode, l'amplitude des oscillations de la surface peut être décrite par l'équation :

$$\partial_t^2 a + 2\alpha \partial_t a + \omega^2 (1 + 2\epsilon \cos(\omega_0 t)) a = 0. \quad (1.6)$$

α est le taux d'amortissement et ω_0 la fréquence des oscillations du plateau. La solution de l'équation de Mathieu (eq. 1.6) permet de montrer que l'on a comme condition de résonance,

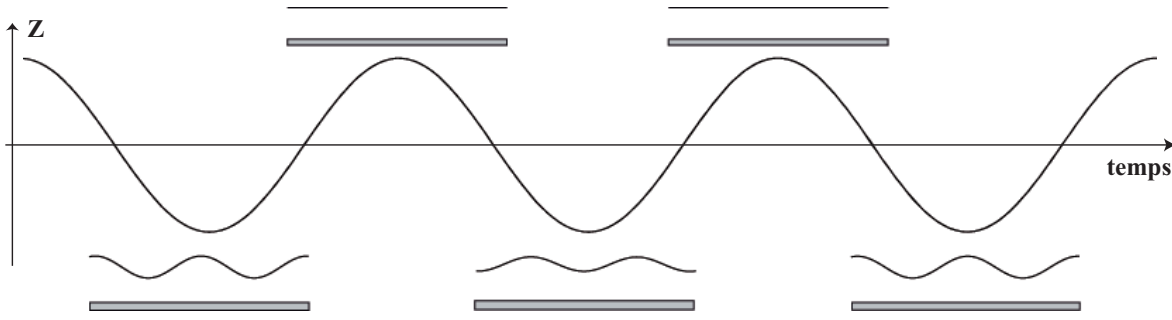


FIG. 1.10 – Schéma de l'instabilité de Faraday. Mouvement des ondes en fonction de la position du bain de liquide.

avec $n \in \mathbb{N}$:

$$\omega_F = \frac{n\omega_0}{2}.$$

On peut aussi comprendre la résonance à fréquence moitié, de manière plus intuitive. Le fluide, dans la boîte, a tendance à vouloir rester à la même hauteur par inertie. Ainsi, lorsque la boîte descend, l'accélération relative diminue et les déformations de la surface ont tendance à être amplifiées. Et, lorsque le bain de liquide remonte, les déformations de la surface sont amorties et disparaissent. La disparition des ondes favorise la croissance de la déformation opposée lorsque la boîte redescend de nouveau. On observe donc une période totale, pour les ondes de surface double de la période excitatrice. Le schéma de la figure 1.10 décrit ce phénomène. C'est la déformation qui possède la fréquence propre la plus proche de la moitié de la fréquence excitatrice qui s'amplifiera le plus.

Une autre explication de la résonance à la fréquence moitié peut être donnée en observant le mouvement effectué par un pendule rigide simple dont le point d'accrochage oscille verticalement (voir [21]). Le pendule veut rester à la même hauteur par inertie et donc lorsque le point d'accrochage du pendule descend, le pendule va partir sur le côté, par exemple à gauche. Lorsque le pendule remonte, il est ramené à sa position verticale à une certaine vitesse et à la période suivante, il sera entraîné par cette vitesse du côté opposé, c'est-à-dire vers la droite.

Seuil de l'instabilité de Faraday et viscosité

L'étude de la dépendance du seuil d'instabilité de Faraday en fonction de la fréquence des oscillations et de la viscosité du liquide utilisé est décrite dans les références [22] et [24]. L'équation de Mathieu (eq. 1.6), bien que ce soit une équation différentielle linéaire, ne peut pas être résolue analytiquement car un des coefficients dépend du temps. Cependant cette dépendance temporelle est périodique. On peut donc appliquer le théorème de Floquet. On trouve alors comme solution de l'équation au premier ordre :

$$\phi = c_+ e^{i\pi f_0 t} + c_- e^{-i\pi f_0 t}$$

En remettant cette solution dans l'équation 1.6, on trouve une accélération critique γ_m^C :

$$\gamma_m^C = \pm 2 \sqrt{(\omega_F^2 - (\frac{\omega_0}{2})^2)^2 + (\alpha \omega_0)^2}$$

Or le taux d'amortissement est $\alpha = \nu k^2$ et l'équation de dispersion pour des ondes capillaires est :

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho} k^3$$

et ainsi :

$$\gamma_m^C = 2^{4/3} (\rho/\sigma)^{1/3} \nu (\omega_0)^{5/3}. \quad (1.7)$$

Le seuil d'instabilité de Faraday croît donc linéairement avec $\mu_L \omega_0^{5/3}$.

Chapitre 2

Dispositif expérimental

Notre objectif premier était dans ce travail d'explorer les comportements des gouttes rebondissantes sur des huiles de plus faible viscosité et avec des amplitudes de forçage plus importantes. Il s'est avéré que les comportements observés résultaient d'un couplage des gouttes avec les ondes de surface. Le dispositif décrit ci-dessous nous a permis l'étude de l'ensemble de ces comportements.

2.1 Dispositif

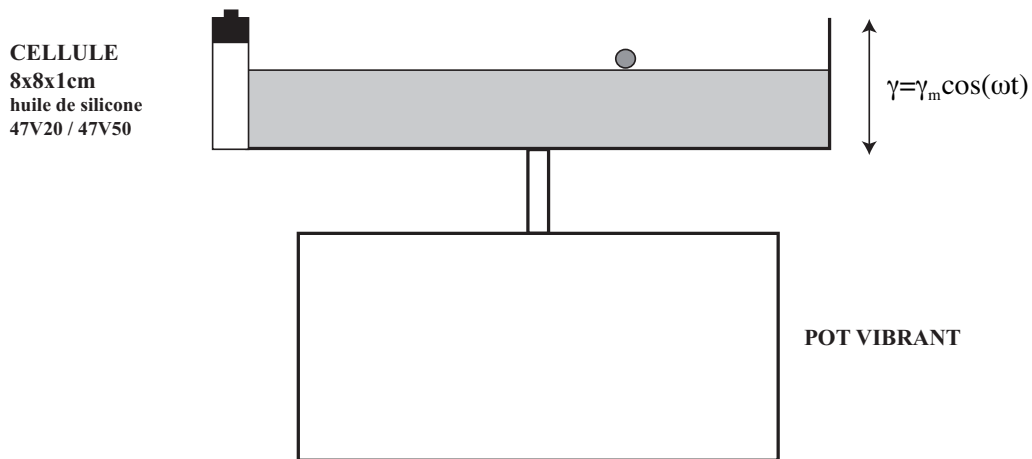


FIG. 2.1 – Montage expérimental. Une cellule est remplie d'huile de silicone et montée sur un pot vibrant. On dépose alors une goutte à la surface du liquide oscillant.

On remplit une cellule parallélépipédique (environ 8 x 8 x 1cm ou 12 x 12 x 1cm) d'une couche d'huile de silicone d'épaisseur $h = 4\text{mm}$. On fixe cette cellule sur un pot vibrant (Bruel and Kjaer 4809). On prend soin de placer la cellule bien horizontalement et perpendiculairement à l'axe de vibration. Le pot vibrant est excité par le signal sinusoïdal d'un

générateur de basse fréquence (GBF). Le GBF règle la fréquence des oscillations verticales du pot et un amplificateur permet de faire varier l'amplitude des vibrations. Le fluide est soumis à une accélération verticale $\gamma = \gamma_m \cos(2\pi f_0 t)$. La fréquence des oscillations peut aller de $15 < f_0 < 300\text{Hz}$ et l'amplitude de 0 à 20 g (l'accélération gravitationnelle $g = 9.81\text{m/s}^2$).

Nous avons utilisé des huiles de silicone dans toutes les expériences car leur surface n'est pas sensible aux effets de surfactants et d'autres impuretés. Nous avons exploré une grande gamme de viscosité, de $\mu_L = 20.10^{-3} \text{ Pa.s}$ à 0.1 Pa.s . La plupart des résultats dont nous parlerons ici ont été obtenus en utilisant deux huiles Rhodorsil 47V20 et 47V50 qui ont respectivement comme viscosité $\mu_L = 20.10^{-3} \text{ Pa.s}$ et 50.10^{-3} Pa.s à la température de 25°C , la tension de surface est $\sigma = 0.0209\text{N/m}$ et leur densité est $\rho = 0.965.10^3\text{kg.m}^{-3}$. L'amplitude des oscillations imposées par le pot vibrant est toujours en dessous du seuil d'instabilité de Faraday (dont nous avons discuté en détail dans le chapitre précédent) afin que la surface du bain soit toujours parfaitement stable. On place également un accéléromètre sur la cellule afin de mesurer l'accélération $\gamma(t)$ imposée par le forçage. Un accéléromètre est un capteur de vibrations (101.3mVg). Comme il accompagne le mouvement de la cellule, on observe son signal sur un oscilloscope et on mesure alors précisément l'amplitude γ_m de l'accélération à laquelle est soumise la cellule. La période et l'amplitude de l'accélération oscillante seront deux des paramètres de contrôle de cette expérience.

2.2 Comment générer des gouttes

Formation de grosses gouttes ($D > 1\text{mm}$)

Pour former des gouttes de taille identique, une technique classique consiste à utiliser une seringue. Au moment où la goutte se détache de l'aiguille, on la dépose sur la surface du liquide oscillant. On utilise des aiguilles de différents diamètres, pour faire varier la taille des gouttes. Cette méthode a l'avantage de nous permettre de former des gouttes de taille identique d'une manière reproductible. On est ici dans la situation d'une goutte pendante. Une goutte pendante se détache lorsque son poids excède la force capillaire ($f_{max} = 2\pi r\sigma$ avec r le rayon de l'aiguille) qui la retient (loi de Tate [65]). La dynamique du détachement est assez compliquée, car en fait seule une fraction de la goutte d'un poids αP va choir (α tend vers 1 quand r est de l'ordre de la longueur capillaire (voir [44, 57, 29])). On a donc un moyen commode de réaliser des gouttes bien calibrées dont le rayon s'écrit simplement :

$$D = 2\left(\frac{3}{2\alpha} \frac{\sigma}{\rho g} r\right)^{1/3}.$$

Donc ici, avec un capillaire de rayon $r = 0.25\text{mm}$ nous sommes parvenus à fabriquer des gouttes d'huile de silicone de diamètre $D \approx 2\text{mm}$, comme nous l'avons mesuré expérimentalement.

Cette méthode ne nous permet donc pas de former des gouttes d'huile de diamètre plus petit que $D = 2\text{mm}$. Une deuxième méthode consiste à tremper dans le liquide un fil de l'épaisseur d'un cheveu (*i.e.*, de diamètre d'environ $70\mu\text{m}$). Un chapelet de gouttes se forme immédiatement sur le fil du à la géométrie cylindrique de ce même fil. La force capillaire exercée par le fil sur le contour extérieur de la goutte permet de calculer la taille maximum que peut prendre une goutte dans une telle situation. On peut alors patiemment laisser une goutte perler le long du fil jusqu'à ce qu'elle tombe tranquillement sur le bain d'huile dans la cellule. Avec cette méthode, nous parvenons à obtenir des gouttes de diamètre compris entre 1mm et 2mm. Malheureusement, elle ne nous permet pas de former des gouttes identiques successivement. On doit donc trier a posteriori les gouttes de tailles voisines.

Formation de plus petites gouttes ($0.1 < D < 1\text{mm}$)

Comme nous désirions étudier de plus petites gouttes, $0.1 < D < 1.5\text{mm}$, nous avons utilisé une autre méthode. On plonge une aiguille dans le bain de liquide oscillant, puis on la retire très rapidement. Il se forme alors un filet liquide entre le bain et l'aiguille (figure 2.2).

En effet, un liquide visqueux est capable de vaincre la pesanteur pour établir un pont capillaire et s'élever avec l'aiguille (voir [18]). Pour cela, il faut se placer à des échelles de taille plus petites que la longueur capillaire $l_c = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$. Quand la distance devient plus grande que l_c alors les effets de la gravité se remettent à dominer et le pont liquide se casse en petites gouttes. Cette méthode s'inspire des travaux de P. Marmottant et E. Villermaux [46] dans lesquels ils étudient la dynamique et la fragmentation d'un ligament liquide qu'ils étirent. Ils montrent que lorsqu'on étire lentement ce ligament alors celui-ci formera un pont capillaire se cassant enfin en une petite goutte (à la manière de la rupture d'une caténoïde) mais lorsqu'on l'étire très rapidement alors il n'y aura pas assez de temps pour que s'établisse un pont capillaire mais plutôt une colonne liquide qui se déstabilise en s'étirant et enfin se casse en un chapelet de petites gouttes de tailles variables.

On répète ce procédé afin d'obtenir une multitude de petites gouttes rebondissantes à la surface du liquide. On filme ces gouttes avec un très grand grossissement et on choisit les gouttes dont on a besoin, par exemple des gouttes de la même taille. Pour se débarrasser des autres gouttes, on casse le film d'air intermédiaire en prélevant soigneusement chaque goutte à l'aide de l'aiguille. Ces gouttes peuvent rester en vie pendant aussi longtemps qu'on le souhaite. On peut donc garder les mêmes gouttes pour de longues expériences. Il suffit d'arrêter les vibrations pour que les gouttes coalescent.

On peut aussi déplacer les gouttes à la surface du liquide. Pour ce faire, on perturbe la surface toujours à l'aide de l'aiguille. Lorsqu'on l'approche, le ménisque formé autour de l'aiguille va repousser la goutte. Celle-ci va, sans qu'on la touche, s'éloigner en rebondissant.

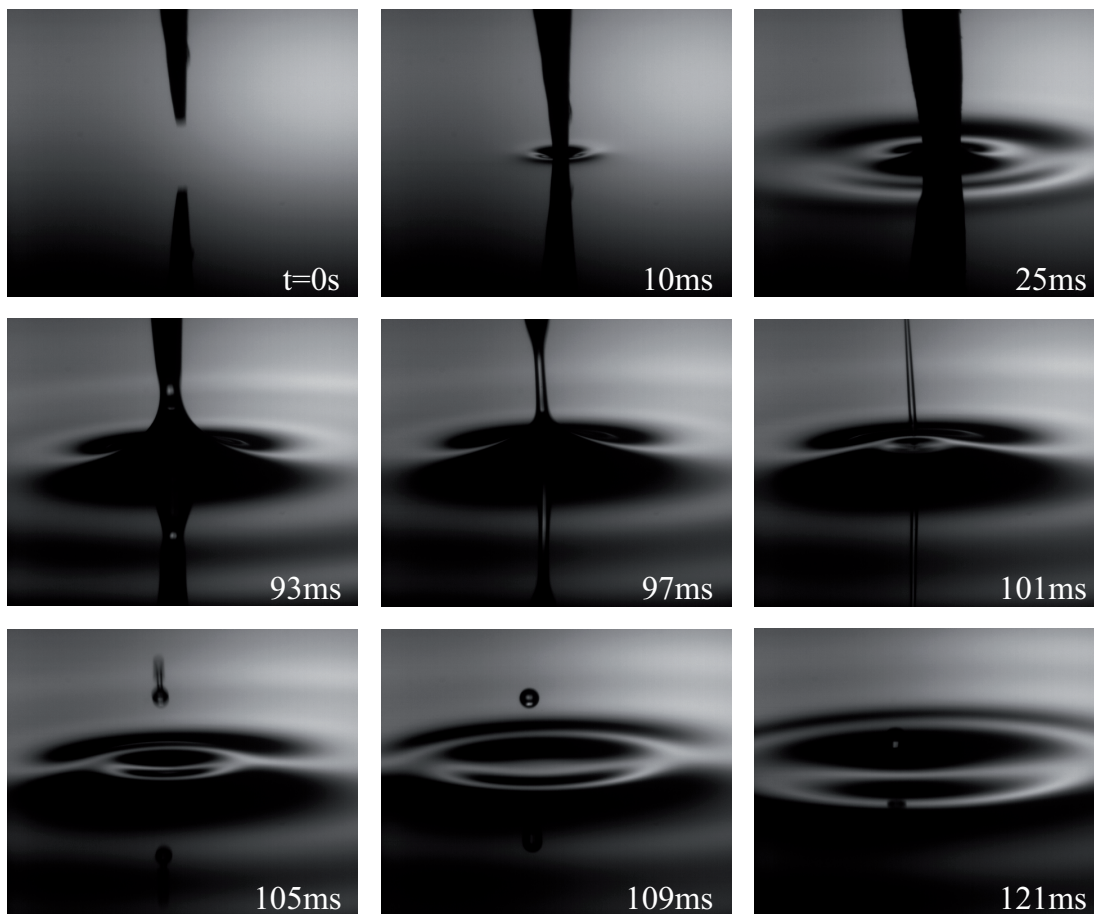


FIG. 2.2 – Création d'une goutte à l'aide d'un petit bâton effilé. $\mu_L = 20.10^{-3}\text{Pa.s}$.

2.3 Détection du mouvement

Le mouvement des gouttes au travers de la cellule doit être observé en se plaçant à deux échelles de temps très différentes. Il y a le mouvement de rebond rapide et, comme nous le verrons par la suite, un déplacement horizontal plus lent de la goutte à la surface du liquide. On va donc utiliser des méthodes différentes de détection du mouvement des gouttes, suivant que l'on s'intéresse au mouvement vertical rapide de la goutte ou à son mouvement lent au travers de la cellule. Nous allons ici décrire ces deux différentes méthodes.

Analyse du mouvement rapide

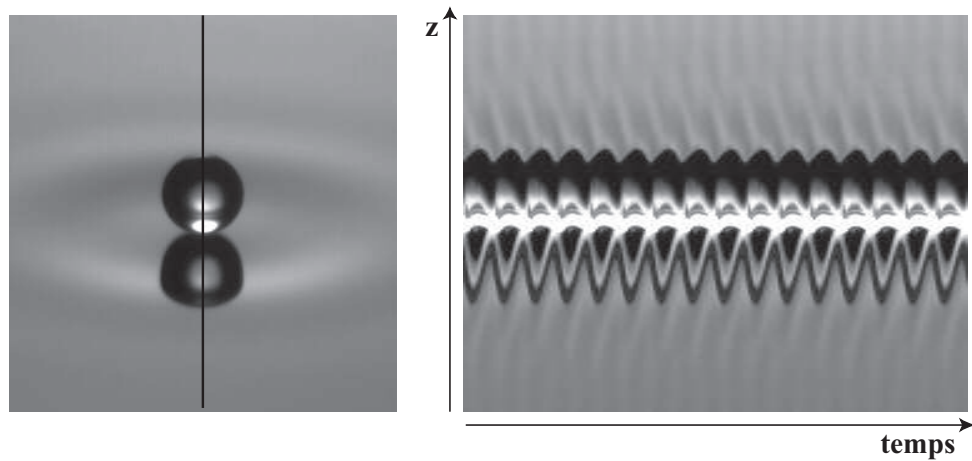


FIG. 2.3 – Spatio-temporel

Dans les expériences que nous avons effectuées, une goutte effectue un seul rebond en quelques dizaines de millisecondes. Le mouvement vertical de la goutte est donc très rapide et difficile à observer à l'œil.

La goutte rebondit à la surface du liquide et effectue un mouvement périodique de fréquence bien définie. Nous avons donc tout d'abord éclairé la goutte avec un stroboscope afin d'examiner ce mouvement "au ralenti". On filme alors le mouvement de la goutte. Si on éclaire la goutte à la même fréquence que celle de ses rebonds alors la goutte va sembler immobile. On diminue donc légèrement la fréquence du stroboscope par rapport à la fréquence de rebond afin d'observer le mouvement vertical complet de la goutte.

En revanche, lorsqu'on souhaite observer un mouvement de transition, on ne peut plus utiliser le stroboscope. Il faut dans ce cas là filmer le mouvement de la goutte à l'aide d'une caméra rapide. Nous avons utilisé une caméra rapide Photron qui permet d'observer jusqu'à 1000 images/s avec une résolution de 1024x1024 pixels.

Pour traiter les images, et faire des observations plus fines du mouvement vertical de

gouttes, nous avons ensuite effectué un traitement d'image permettant d'obtenir une représentation spatio-temporelle du phénomène. Une image spatio-temporelle permet de voir dans le temps le mouvement d'une même ligne sur des photos successives. Pour se faire, on filme le mouvement de la goutte de profil. On sélectionne ensuite une ligne verticale sur une première image du film et on dispose ensuite côte à côte la colonne de pixels de mêmes abscisses extraites de chaque image successive. Comme d'une image à l'autre, la goutte se déplace verticalement, on obtient une variation progressive des niveaux de gris des colonnes de pixels obtenus à partir de chaque image. On a alors la trajectoire verticale de la goutte mais aussi celle de sa réflexion à la surface du liquide dans le temps. La figure 2.3 montre un exemple de ce procédé. Pour mesurer le déphasage entre le mouvement vertical de la goutte et les oscillations du bain de liquide, nous avons, dans certains cas, accroché un objet immobile sur la cellule et nous l'avons filmé en même temps que la goutte. On a alors, et le mouvement du bain de liquide et celui de la goutte dans le temps, ce qui nous permet de savoir à chaque position du plateau si la goutte est en l'air ou si la goutte atterrit. C'est ce système que nous avons utilisé de manière générale pour observer le mouvement vertical rapide de rebond des gouttes.

Détection et visualisation du mouvement global

Par la suite, nous verrons que les gouttes, en plus d'effectuer un mouvement vertical de rebond, peuvent également se déplacer à la surface du liquide. Dans ce cas là, une goutte peut se déplacer à une vitesse constante qui peut aller jusqu'à 20mm/s. Ainsi quand la goutte se déplace d'un centimètre latéralement, elle a effectué sur cette distance 200 rebonds. Il faut donc mettre en place un autre système lorsque l'on souhaite visualiser le mouvement horizontal plus lent de la goutte quand elle se déplace à la surface du liquide.

Ainsi, nous avons utilisé le stroboscope et un enregistreur vidéo, puis plus tard une caméra numérique pour observer le mouvement horizontal plus lent des gouttes. La surface est alors éclairée du dessus et la lumière diffuse choisie a un gradient d'intensité. Ceci permet que des zones de la surface de pentes différentes reflètent une lumière d'intensité différente. Un miroir semi réfléchissant est placé à 45° entre la source de lumière et le bain de liquide. La figure 2.4 schématise ce montage. Quand on filme la réflexion de la surface liquide dans le miroir, on peut alors observer une image non déformée de la surface vue du dessus. Nous avons ainsi filmé la trajectoire d'une goutte et de son onde associée se déplaçant au travers de la cellule.

Pour faciliter le traitement des images, lorsqu'on a seulement besoin d'observer la trajectoire d'une goutte, on peut se placer dans le noir et n'éclairer plus que la goutte en lumière rasante. Alors, on ne filme plus qu'un point lumineux se déplaçant sur une surface noire. Le grand contraste des images permet de superposer les images successives et on obtient l'image de la trajectoire des gouttes. Les images sont enregistrées grâce à une caméra numérique Pixelink et transférées à un ordinateur pour stocker les données et traiter alors les images.

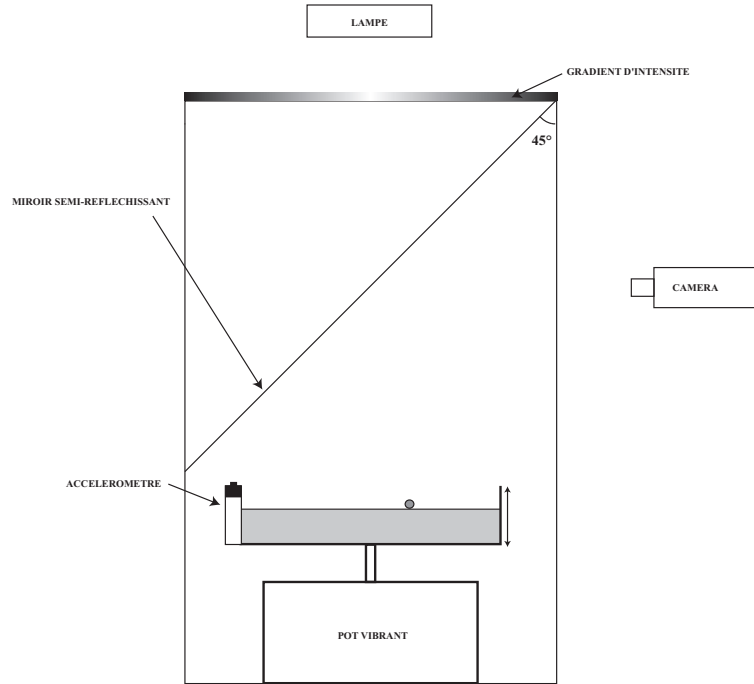


FIG. 2.4 – Schéma du montage permettant d’observer le mouvement global des gouttes au travers de la cellule.

Pour suivre la position d’une goutte dans le temps et aussi déterminer sa vitesse à chaque instant, nous avons ensuite développé un petit programme permettant de traiter nos images.

On choisit la première image du film et on définit la position de la goutte sur cette image. Le programme sélectionne alors une fenêtre de taille définie préalablement autour de cette position. Ce sera la zone de recherche. Cette zone est alors divisée en de plus petites régions carrées qu’on appelle fenêtres d’interrogations. Le programme calcule alors la fonction de corrélation d’intensité lumineuse $C(\Delta x, \Delta y)$ entre deux fenêtres d’interrogation identiques d’une image à l’autre séparée par un intervalle de temps Δt .

$$C(\Delta x, \Delta y) = I_t(x, y)I_{t+\Delta t}(x - \Delta x, y - \Delta y).$$

La fonction de corrélation $C(\Delta x, \Delta y)$ la plus élevée établit la fenêtre d’interrogation dans laquelle se trouve la goutte sur l’image suivante. On a ainsi la position de la goutte à chaque instant $t + \Delta t$. Le résultat du calcul de la corrélation est un nombre entier de pixels ce qui limite la précision. Il est tout de même possible de déterminer le déplacement d’une goutte de manière plus précise avec une résolution au sous pixel. Pour accroître la résolution, on interpole différentes valeurs entières de la fonction d’interpolation. On détermine la position du maximum et on calcule ensuite les valeurs de corrélation avoisinantes, pour déduire le maximum sous pixel par interpolation. La méthode d’interpolation utilisée ici consiste à faire

passer une fonction de Gauss par le pic de maximum de corrélation.

On effectue cette interpolation dans les deux directions x et y . On voit les valeurs obtenues pour trois pixels et on écrit alors trois équations à trois inconnues pour déterminer les paramètres de la fonction de Gauss :

$$\begin{cases} y_1 = Ae^{-\left(\frac{x_1 - x_{max}}{\lambda}\right)^2} \\ y_2 = Ae^{-\left(\frac{x_2 - x_{max}}{\lambda}\right)^2} \\ y_3 = Ae^{-\left(\frac{x_3 - x_{max}}{\lambda}\right)^2} \end{cases}$$

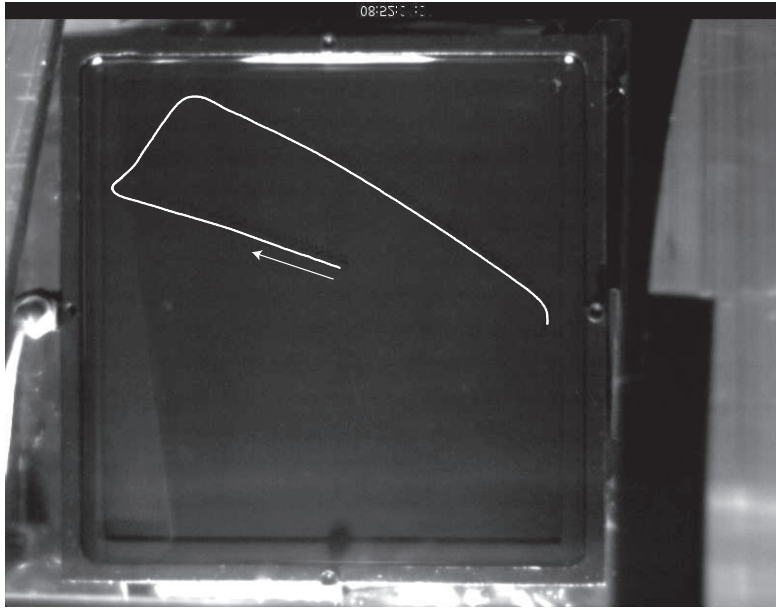


FIG. 2.5 – Trajectoire d'un marcheur dans une cellule pendant 13 s. Vue du dessus. Cellule parallélépipédique : 12 x 12 x 1cm. $\gamma_m/g = 4.46$, $f_0 = 50$ Hz, $\mu_L = 50 \cdot 10^{-3}$ Pa.s.

Le programme va alors effectuer le même travail sur chaque image successive. On a ainsi la position précise de la goutte à chaque instant. Il existe une relation entre la précision de la mesure et la résolution spatiale : pour que la mesure soit précise, il faut que le déplacement des images soit grand. Il faut donc de grandes fenêtres d'analyse et donc une faible résolution spatiale. En revanche, si l'on veut de petites fenêtres assurant une bonne résolution, il faut un délai faible entre les deux images successives pour assurer un faible déplacement de l'image mais alors, la précision de la mesure en sera réduite. Une fois le système optimisé, nous avons un moyen de suivre le mouvement des gouttes dans le temps au travers de la cellule, comme le montre par exemple, la figure 2.5.

Chapitre 3

Modes de rebondissement d'une goutte

Nous avons présenté dans l'introduction, le principe d'une goutte sautante au-dessus d'un bain oscillant. Maintenant, nous allons étudier en détail le mouvement vertical d'une telle goutte. Le rebond de la goutte sur le bain de liquide oscillant est à la base de tous les phénomènes que nous étudierons dans les chapitres suivants.

Une expérience analogue a été largement étudiée dans les années 80 comme un exemple de la transition vers le chaos : le rebond d'une bille inélastique sur un plateau vibrant [51, 67, 8]. Nous allons d'abord présenter la théorie classique obtenue dans ce système. Même s'il s'agit d'un solide rebondissant sur un substrat solide, ce système nous servira ensuite, comme référence pour la compréhension du comportement d'une goutte sur son substrat liquide. En outre, nous montrerons que le rebondissement d'une goutte présente une plus grande variété de régimes et une dynamique plus riche.

3.1 La bille inélastique sur un plateau oscillant : théorie

On étudie la dynamique de la bille posée sur une surface en mouvement vertical et soumise à la gravité. La surface oscille verticalement à une fréquence ω . La période de l'oscillation est $T = 2\pi/\omega$.

$$z_{\text{plateau}}(t) = A \cos \omega t$$

La vitesse et l'accélération de la surface sont alors respectivement :

$$v_{\text{plateau}}(t) = -A\omega \sin \omega t \tag{3.1}$$

$$\gamma_{\text{plateau}}(t) = -A\omega^2 \cos \omega t \tag{3.2}$$

On suppose par la suite, que les chocs de la bille sur la surface sont parfaitement inélastiques et que ni la surface ni la bille ne sont déformées. Ceci implique que la bille n'a pas d'effet sur le mouvement de la surface. Dans ces conditions, la bille soit est en contact avec le plateau (et suit son mouvement), soit se trouve en vol parabolique. Le décollage de la bille a lieu quand l'accélération verticale est plus grande que l'accélération gravitationnelle g . Comme paramètre de contrôle, on considère alors l'amplitude de l'accélération $\gamma_m = A\omega^2$.

Rebonds simples de bille. Pour de faibles valeurs de l'amplitude, $\gamma_m < g$, la bille reste posée sur le plateau et suit son oscillation. Lorsqu'on augmente l'amplitude, la bille décolle de la surface une fois par période.

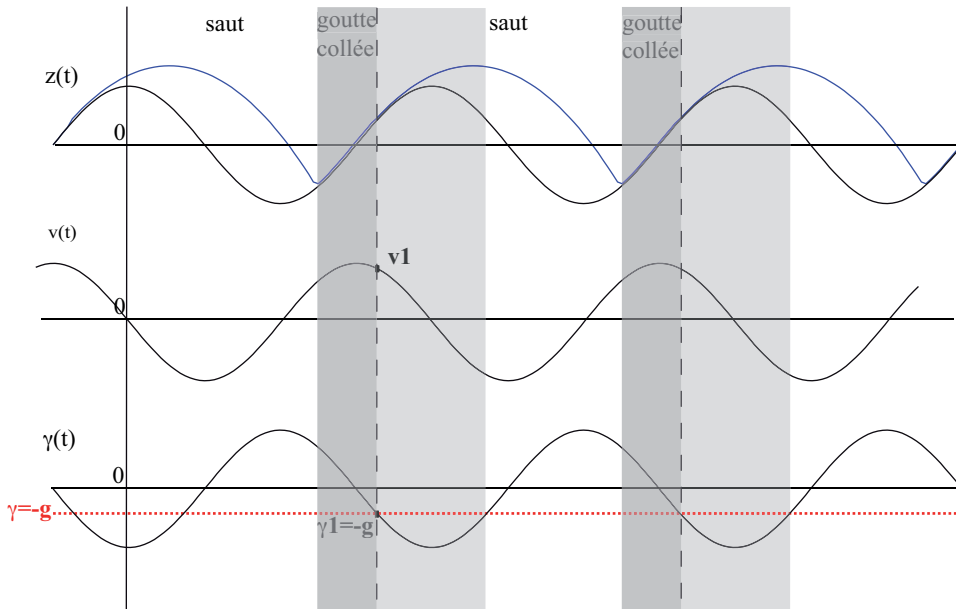


FIG. 3.1 – Schéma décrivant le rebond simple d'une bille. Trajectoire (a), vitesse (b) et accélération (c) de la bille et du plateau dans le temps. En gris foncé la zone pendant laquelle la bille est en contact avec la surface. Lorsqu'on atteint la zone en gris clair, le module de l'accélération devient plus grand que g et la bille décolle à nouveau immédiatement.

La figure 3.1 donne une représentation schématique de la dynamique du système. Nous avons tracé $z_{\text{plateau}}(t)$, $v_{\text{plateau}}(t)$ et $\gamma_{\text{plateau}}(t)$. La bille est soumise à son poids et donc elle restera à la surface lorsque l'accélération gravitationnelle est plus grande que l'accélération du plateau ($\gamma_{\text{plateau}}(t) > -g$). Dès que $\gamma_{\text{plateau}}(t) < -g$, la bille décolle puisqu'elle ne peut plus suivre le plateau. L'amplitude seuil de l'accélération pour faire décoller la bille est donc $\gamma_m = g$.

On a grisé (en gris clair) la région pour laquelle l'accélération du plateau vers le bas excède

$-g$. Au moment où l'accélération atteint $-g$, la bille décolle avec la vitesse v_1 qui est celle du plateau au même instant (voir la figure 3.1). La bille, partant en vol parabolique, effectue son saut de hauteur h . Puis, elle retombe sur la surface et reste en contact avec elle (le choc étant inélastique) jusqu'à ce que l'accélération soit de nouveau égale à $-g$ et qu'elle décolle à nouveau. Le calcul de la hauteur est donné plus loin.

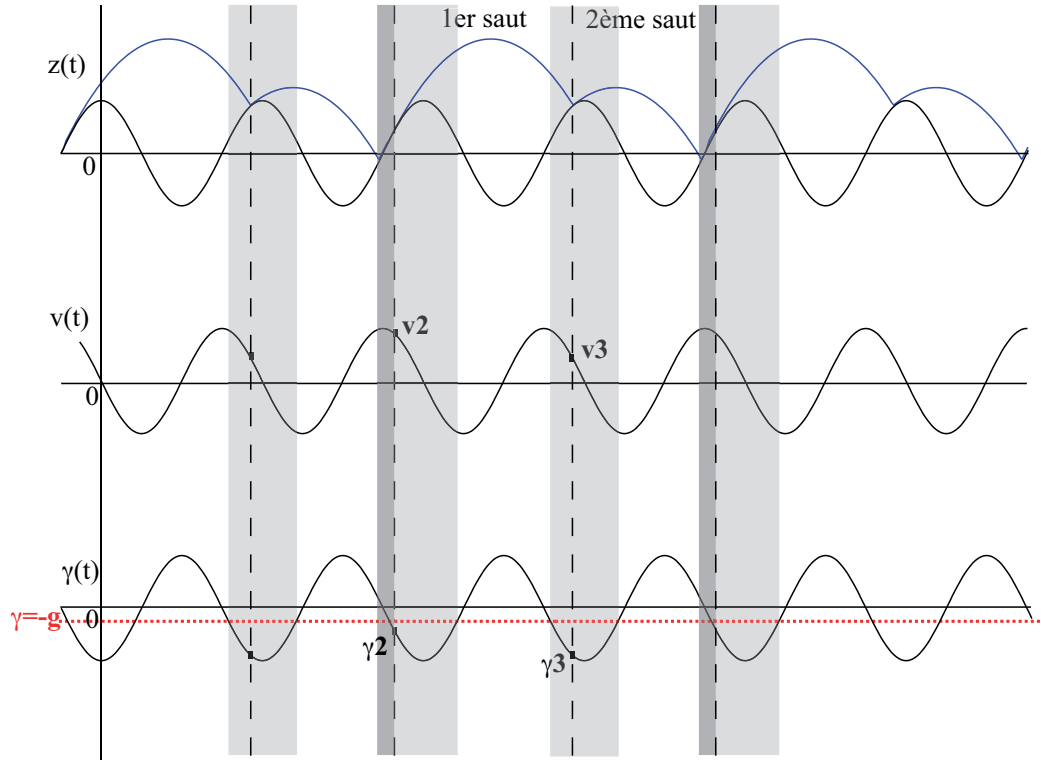


FIG. 3.2 – Schéma montrant la trajectoire, la vitesse et l'accélération d'une bille et du plateau pour le doublement de période.

Doublement de période. En augmentant l'amplitude, la goutte effectuera des sauts de plus en plus hauts et restera de moins en moins longtemps sur le plateau. Quand ce temps de contact devient zéro, on atteint un nouveau régime, schématisé sur la figure 3.2.

Considérons d'abord la zone appelée 'premier saut'. L'amplitude des vibrations du plateau est maintenant plus élevée. Comme dans le régime précédent, la bille décolle quand $\gamma_{\text{plateau}}(t) = -g$. La vitesse initiale correspondante v_2 est cependant plus grande maintenant et la bille va donc être projetée à une plus grande hauteur. Sa trajectoire rencontre celle du plateau plus tard. La collision étant inélastique, la bille prend la vitesse du plateau v_3 . Toutefois, la collision se produit dans la zone grisée, là où l'accélération du plateau vers le bas excède $-g$.

L'accélération gravitationnelle n'est donc pas suffisante pour que la bille suive le plateau ; elle décolle à nouveau immédiatement. Comme la vitesse v_3 avec laquelle la bille est lancée pour ce deuxième saut est plus petite que v_2 , la vitesse initiale du premier saut, le deuxième saut est moins haut et dure moins longtemps. La bille atterrit dans une région où $\gamma_{\text{plateau}}(t) > -g$ et, par conséquent, elle reste posée sur le plateau (jusqu'à ce qu'elle décolle dans les mêmes conditions que pour le premier saut). On assiste donc à une alternance de sauts de grandes puis de petites amplitudes. La périodicité de ce mouvement est donc doublée par rapport à la situation antérieure. C'est ce qu'on appelle le doublement de période [52, 53, 68].

Lorsque l'on continue à augmenter l'amplitude, on observe que, à partir d'une autre valeur critique de l'amplitude, il faut attendre quatre périodes d'excitation du plateau pour retrouver la même trajectoire : c'est le quadruplement de période. Le phénomène continue ensuite : on observe une cascade de bifurcations qui amène vers le chaos temporel. Le mouvement de la bille devient complètement désordonné.

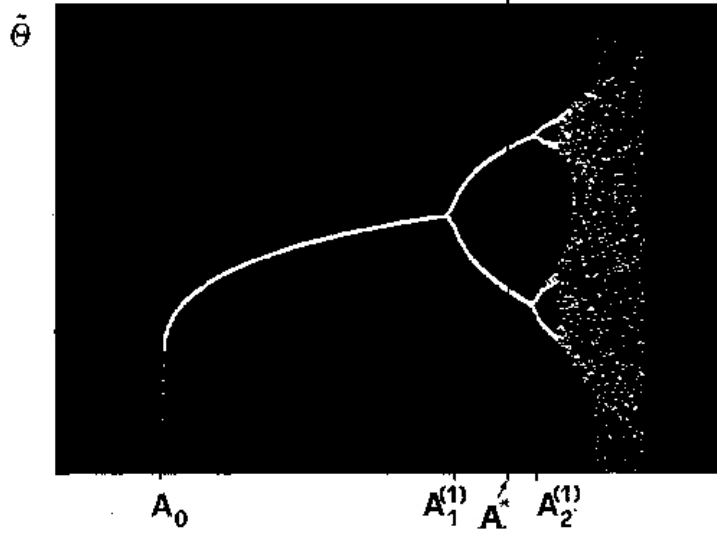


FIG. 3.3 – Diagramme de bifurcation tiré de P. Pieranski *et al.* [51]. En abscisse l'amplitude des oscillations du plateau, en ordonnée la phase relative entre le plateau et la bille. Le doublement de période correspond au branchement de la courbe. Au d'une déphase constante, on observe deux valeurs différentes de la phase relative qui s'alterne.

Le comportement prédit par cette théorie simple a été effectivement observé avec des vraies billes. La figure 3.3 montre un exemple d'un diagramme de bifurcation obtenu expérimentalement. Pour une description plus réaliste de ce genre d'expérience, on devrait toutefois tenir compte d'un coefficient de restitution fini : une bille parfaitement inélastique n'existe pas. Il faut aussi remarquer ici que le phénomène du doublement de période a un caractère tout à

fait universel. C'est probablement la transition vers le chaos la mieux comprise. Historiquement, elle a été presque simultanément découverte par M. Feigenbaum *et al.* [26] et par P. Coulet *et al.* [17] pour des systèmes dynamiques assez abstraits, et par A. Libchaber *et al.* [38, 37, 63] pour la convection dans l'hélium.

Hauteur du saut d'une bille sur un plateau vibrant. La hauteur des sauts peut être facilement déterminée expérimentalement (en particulier pour nos gouttes). Retrouvons donc la hauteur théorique du saut de la bille.

Le mouvement du plateau est décrit par :

$$z_{\text{plateau}}(t) = A \cos \omega t$$

La bille décolle du plateau quand l'accélération de la bille est de $-g$, ce qui définit un temps t_0 par l'équation :

$$\gamma_{\text{plateau}}(t_0) = -g$$

on a alors :

$$t_0 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{g}{A\omega^2}$$

Entre deux chocs, seule la gravité agit sur la bille. Elle effectue alors bien une parabole décrite par

$$z_{\text{bille}}(t) = -\frac{1}{2}g(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + z_0$$

v_0 et z_0 sont respectivement la vitesse et la hauteur au moment du décollage, t_0 , alors identiques à la vitesse et la hauteur du plateau. Après des simplifications, on obtient alors :

$$\begin{aligned} v_0 &= A\omega \sqrt{1 - \frac{g^2}{A^2\omega^4}} \\ z_0 &= \frac{g}{\omega^2} \end{aligned}$$

La hauteur h du saut effectué par la bille correspond au maximum de la parabole, donc :

$$\begin{aligned} h &= z_0 + \frac{v_0^2}{2g} \\ h &= \frac{g}{2\omega^2} \left(1 + \left(\frac{\gamma_m}{g}\right)^2\right) \end{aligned}$$

Ce résultat est représenté sur la figure 3.4.

Ce raisonnement s'applique d'ailleurs aussi dans le régime du doublement de période. Dans ce cas-là h_{bille} correspond à la hauteur du plus grand des deux sauts successifs où la bille décolle à $\gamma_{\text{plateau}} = -g$.

La bille retombe sur le plateau à un temps t_1 qui est donné par $z_{\text{bille}}(t_1) = z_{\text{plateau}}(t_1)$; le temps du vol libre de la bille est alors $T_{\text{vol}} = t_1 - t_0$. Il n'existe pas d'expression analytique

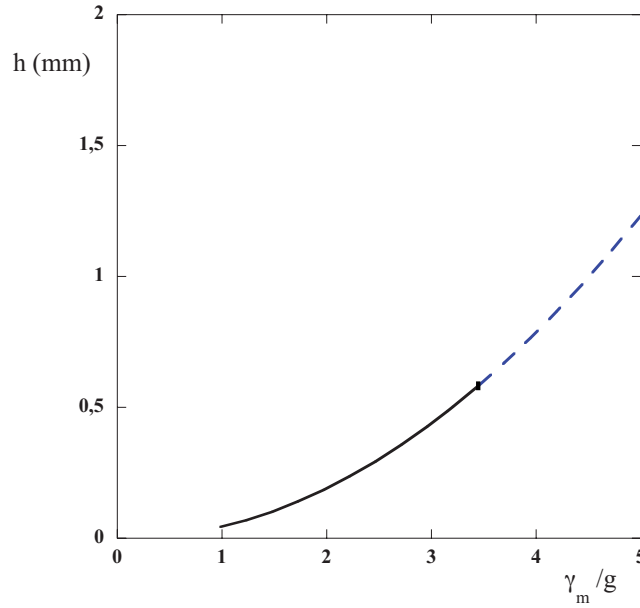


FIG. 3.4 – L’amplitude du saut de la bille complètement inélastique en fonction de l’amplitude du forçage γ_m/g ($h = \frac{g}{2\omega^2}(1 + (\frac{\gamma_m}{g})^2)$) avec $f_0 = 50$ Hz. En trait plein, la bille effectue un rebond simple. Notons qu’au-dessous de $\gamma_m/g < 1$, la bille reste posée sur le plateau et ne décolle pas. Le point sur la courbe indique le doublement de période.

pour T_{vol} dans le cas général. Le doublement de période a lieu quand T_{vol} dépasse la période de l’oscillation du forçage T .

Insistons ici sur le fait que la hauteur du saut h (aussi bien que le temps de vol T_{vol}) ne dépend pas de la masse ou du diamètre de la goutte. Les seuls paramètres qui interviennent dans le calcul sont l’amplitude A et la fréquence ω du forçage ainsi que l’accélération gravitationnelle g .

3.2 Une goutte sur un bain oscillant : expérience

3.2.1 Rebond simple et doublement de période

Comme pour la bille inélastique sur un plateau oscillant, nous allons considérer le comportement vertical d’une goutte rebondissant à la surface du bain de liquide. On se limite d’abord à des gouttes de petite taille. Leurs diamètres $D \approx 0.6\text{mm}$ sont significativement en dessous de la longueur capillaire $l_c \approx 1.48\text{mm}$. Ces gouttes restent approximativement sphériques lors de l’impact avec le bain. Les diagrammes spatio-temporels de la figure 3.5 montrent le mouvement vertical des gouttes. Sur le bas des images on a également, en noir, la position du plateau. Nous avons détaillé dans le chapitre 2 cette méthode de détection du

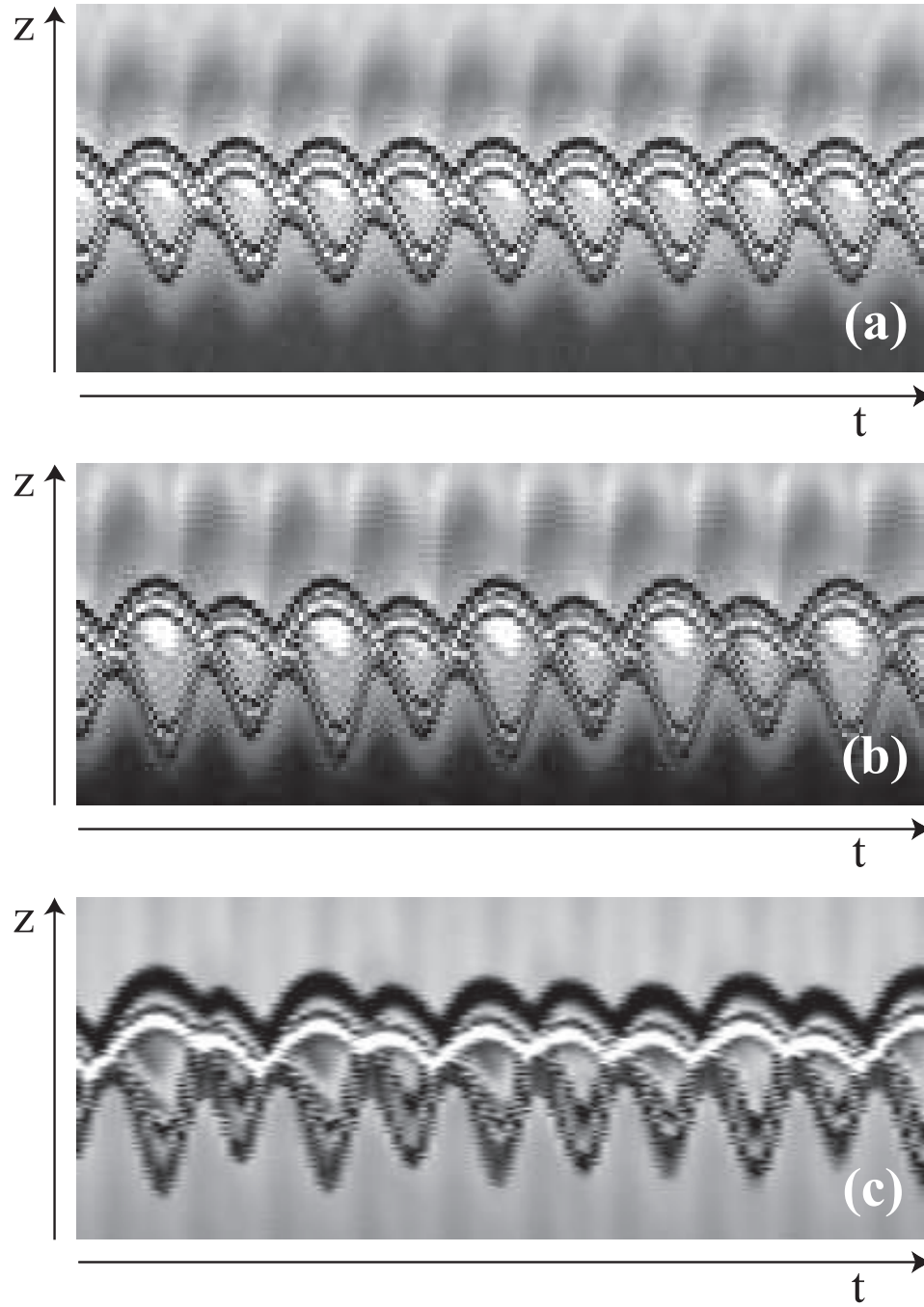


FIG. 3.5 – Trois images spatio-temporelles montrant le comportement vertical d’une goutte dans le temps (temps écoulé : 0.2s). a) Rebond simple $\gamma_m/g = 2.5$, $D = 1\text{mm}$. b) doublement de période $\gamma_m/g = 3.5$, $D = 1\text{mm}$, c) chaos $\gamma_m/g = 3.5$, $D = 0.6\text{mm}$. $f_0 = 80\text{Hz}$, $\mu_L = 20.10^{-3}\text{Pa.s}$.

mouvement d'une goutte.

Pour des faibles valeurs d'amplitude du plateau, la goutte rebondit à la période du forçage. Un exemple est donné dans la figure 3.5 (a). La goutte effectue un rebond simple c'est-à-dire des vols paraboliques de hauteurs égales. Ce régime est, au moins qualitativement, analogue au rebond simple de la bille inélastique.

Ensuite, en augmentant l'amplitude de l'accélération γ_m au-dessus d'une certaine valeur critique, la goutte effectue alternativement un grand saut puis un petit saut. Un exemple d'un tel mouvement est donné sur la figure 3.5 (b). Le mouvement de la goutte reste régulier, mais il faut attendre deux périodes de forçage pour retrouver la goutte dans les mêmes conditions. On observe alors un doublement de période comme pour la bille inélastique.

Enfin, pour une goutte de diamètre $D = 0.6\text{mm}$, en augmentant davantage γ_m , le mouvement vertical devient de plus en plus complexe (voir figure 3.5(c)). On retrouve la même transition vers le chaos pour les gouttes que pour une bille inélastique rebondissant sur un plateau oscillant.

À première vue, le comportement de la goutte sur son substrat liquide semble donc être parfaitement analogue à celui de la bille posée sur le plateau rigide. Est-ce qu'on peut pousser cette analogie jusqu'au niveau quantitatif?

3.2.2 Analyse quantitative du rebond de la goutte

Pour comparer de manière quantitative le mouvement de la goutte sur son bain de liquide avec celui de la bille inélastique, nous mesurons la hauteur h des sauts de différentes gouttes ainsi que leur temps de vol T_{vol} . Cela a été fait en filmant les gouttes avec une caméra rapide placée bien horizontalement.

Sur la figure 3.6 on a tracé la hauteur des sauts effectués par des gouttes de tailles différentes en fonction de l'amplitude du forçage. La hauteur des sauts augmente avec l'amplitude de forçage. En effet, plus on apporte de l'énergie à la goutte au travers de l'amplitude des oscillations du bain plus la goutte sautera haut. On observe que les gouttes vont se mettre à effectuer un doublement de période pour des accélérations plus petites que l'accélération critique prévue par la théorie pour une bille inélastique. Les hauteurs mesurées restent cependant du même ordre de grandeur. En outre, pour la même accélération, une petite goutte rebondit plus haut qu'une grosse goutte.

Ces différences quantitatives se reflètent aussi dans le temps de vol des gouttes, montré sur la figure 3.7. Plus l'accélération du plateau est grande, plus longtemps la goutte reste en l'air. Le doublement de période a lieu quand le temps de vol devient supérieur à la période de forçage T . Comme le temps de vol dépend de la taille de la goutte, l'accélération seuil correspondant au doublement de période dépend aussi de la taille de la goutte.

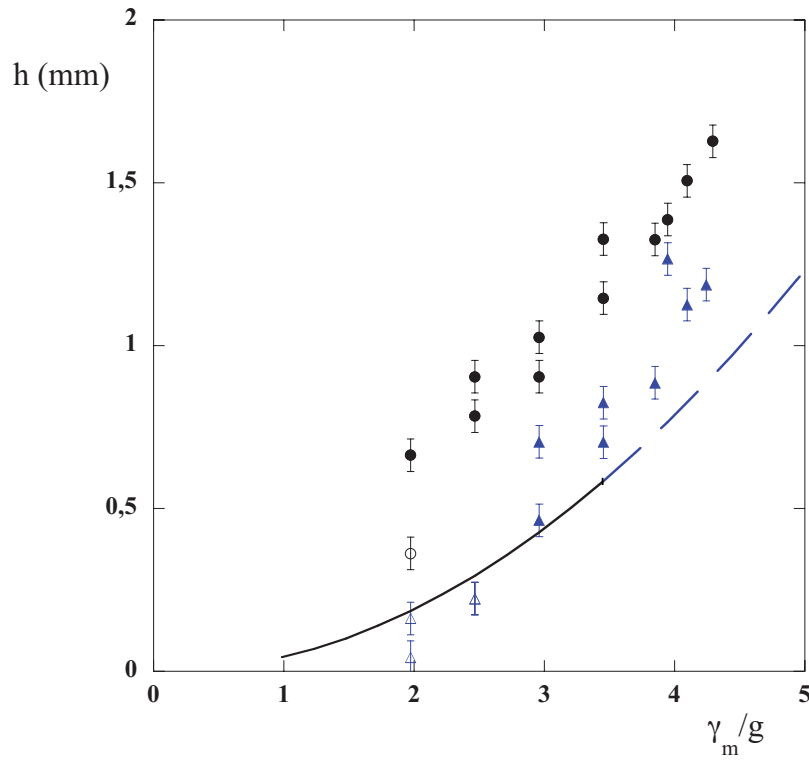


FIG. 3.6 – Les différents points correspondent à différents diamètres de gouttes : les ronds : $D \approx 0.6$ mm, les triangles : $D \approx 1$ mm. Points vides : la goutte effectue un rebond simple, points remplis : la goutte effectue un doublement de période. $f_0 = 50$ Hz, $\mu_L = 50 \cdot 10^{-3}$ Pa.s. La courbe correspond à la hauteur théorique calculée pour $f_0 = 50$ Hz, avec en trait plein, le rebond simple et en pointillé le doublement de période.

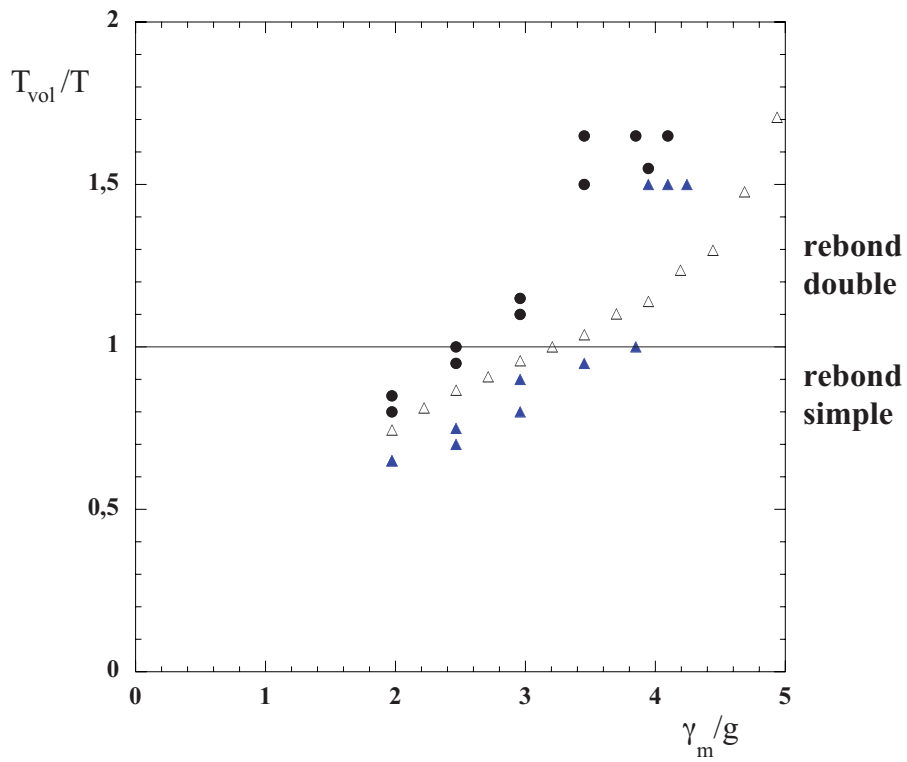


FIG. 3.7 – Temps de vol expérimental et théorique (triangles vides) de gouttes rebondissantes de diamètres différents : les ronds : $D \approx 0.6\text{mm}$, les triangles : $D \approx 1\text{mm}$. $f_0 = 50\text{Hz}$, $\mu_L = 50.10^{-3}\text{Pa.s}$.

L'origine des différences entre l'expérience de la goutte et la théorie de la bille inélastique se trouve dans la nature des chocs. Pour la bille, nous avons supposé le plateau comme rigide et le choc comme inélastique. L'impact de la goutte sur le bain de liquide est beaucoup plus complexe. La goutte, même si elle ne se déforme pas elle-même, déforme toutefois la surface du substrat liquide. La tension de surface du liquide tend à redresser la surface, une partie de l'énergie associée à cette déformation est récupérée par la goutte quand elle est envoyée à nouveau en l'air. Le coefficient de restitution n'est alors pas zéro, le choc n'est pas inélastique. Cela explique le fait que les gouttes effectuent un doublement de période pour des accélérations plus faibles et les temps de vol plus longs.

Une description théorique plus rigide est toutefois difficile et dépasse le cadre de cette thèse. Il faudrait tenir compte de la dynamique propre des déformations du substrat liquide, de l'écoulement dans le film d'air qui sépare goutte et bain ainsi que de la déformation de la goutte. Cette dernière n'est plus négligeable pour des gouttes plus grandes comme nous pouvons nous en rendre compte à partir des images expérimentales. Tous ces ingrédients vont certainement conduire à une dynamique des chocs qui dépasse une description simple avec un coefficient de restitution constant.

Comme la hauteur du saut aussi bien que le temps de vol dépendent de la taille de la goutte, nous avons cherché à déterminer les différents types de comportements possibles. Pour cela, nous avons pris comme paramètre de contrôle l'amplitude de l'accélération γ_m/g et aussi le diamètre de la goutte.

3.2.3 Diagramme de phase

Pour effectuer une étude systématique, nous avons fixé la viscosité du liquide à $\mu_L = 50.10^{-3}\text{Pa.s}$ et la fréquence des oscillations à $f_0 = 50\text{Hz}$. Pour des gouttes de tailles différentes, nous faisons varier progressivement l'amplitude du forçage. En observant le comportement des gouttes, nous avons obtenu le diagramme de phase de la figure 3.8. Dans la suite, nous allons discuter les limites de l'existence des gouttes ainsi que les différents régimes de rebond.

Limites du diagramme de phase. On observe une première limite vers $\gamma_m/g = 1$ sur le diagramme de phase. Pour des amplitudes d'accélérations plus faibles, une goutte ne parvient pas à décoller et coalesce avec son bain. Si la vitesse apportée par le plateau à la goutte n'est pas suffisamment grande, la goutte ne saute pas suffisamment haut pour laisser le film d'air intermédiaire se renouveler. Nous avons déjà décrit ce seuil d'existence dans l'introduction en nous référant à une étude expérimentale et théorique déjà établie [15]. Comme on voit dans le diagramme de phase (figure 3.8), ce seuil d'existence dépend de la taille de la goutte. Pour des petites gouttes ($D \leq 1.0\text{mm}$), le seuil de décollage est approximativement $\gamma_m = g$, ce qui

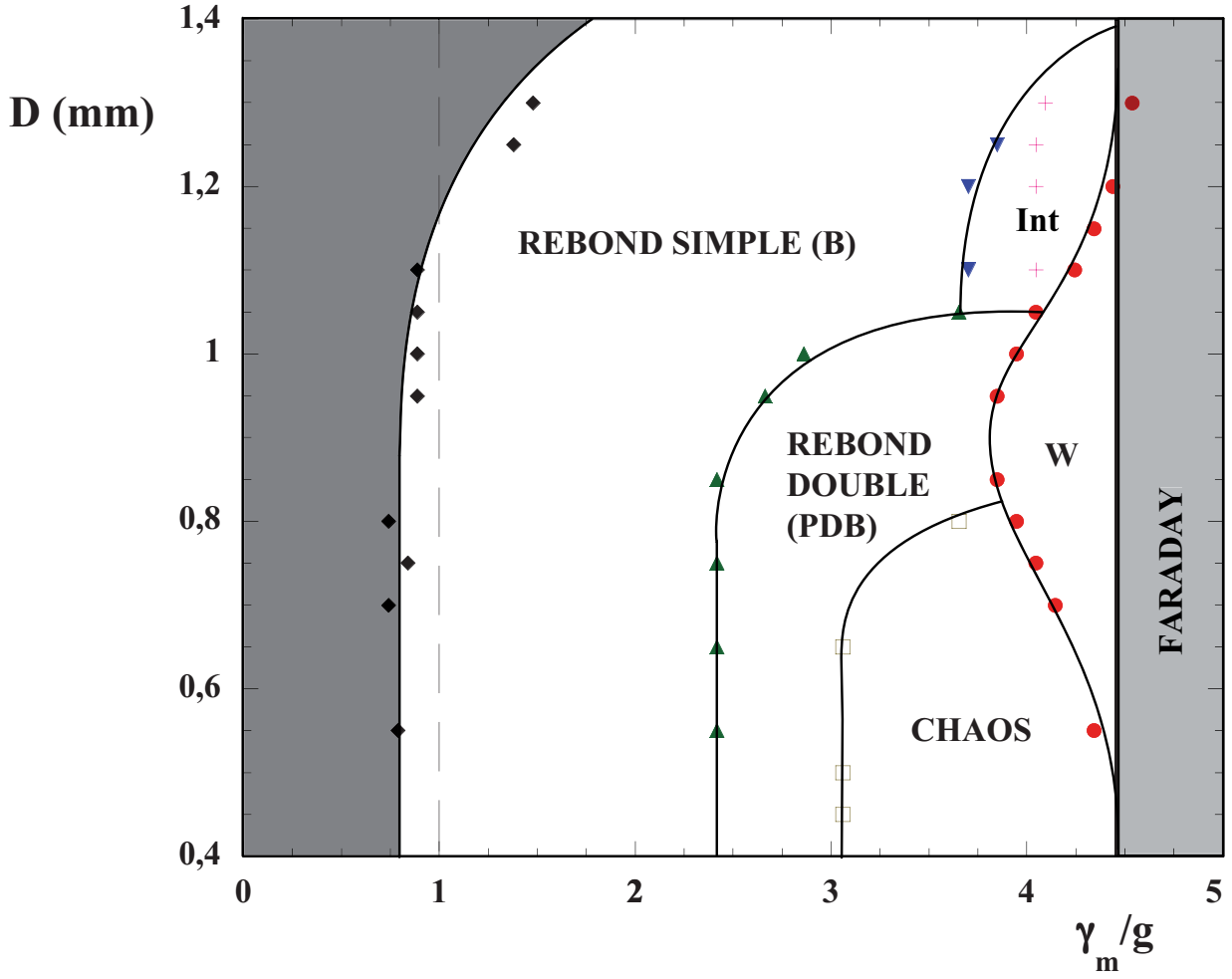


FIG. 3.8 – Diagramme de phase montrant le comportement de gouttes de tailles différentes lorsqu'on augmente le paramètre de contrôle γ_m . 3 régions à observer : région I $0.4 < D < 0.75\text{mm}$, région II $0.75 < D < 1.05\text{mm}$ et région III $1.05 < D < 1.4\text{mm}$. $f_0 = 50\text{Hz}$ et $\mu_L = 50.10^{-3}\text{Pa.s}$.

correspond aussi au seuil de décollement de la bille inélastique. Cependant, pour des gouttes plus grosses, il faut une accélération plus importante pour que la goutte décolle suffisamment. Ceci est lié à la déformation de la goutte elle-même. Au-dessus d'une accélération critique, les gouttes effectuent des rebonds simples, c'est-à-dire que la période des sauts est celle du forçage. A chaque période d'oscillation du liquide la goutte va rebondir sur le film d'air intermédiaire. La hauteur de chaque saut est identique. Ce régime est observé dans toute la région B du diagramme de phase (figure 3.8).

Une seconde limite à l'existence des gouttes correspond au seuil de l'instabilité de Faraday. Au-delà de ce seuil, des ondes stationnaires se forment sur toute la surface du liquide. La goutte rebondit sur ces ondes de façon incohérente et finit habituellement par coalescer. Comme l'instabilité de Faraday n'est pas directement liée à l'existence de gouttes à la surface du liquide, ce deuxième seuil qui délimite le diagramme de phase ne dépend pas de la taille des gouttes. Dans nos conditions, le seuil de l'instabilité de Faraday se trouve à environ $\gamma_m/g = 4.5$.

Les petites gouttes : $D < 0.6\text{mm}$ Comme nous l'avons examiné en détail ci-dessus, les petites gouttes montrent un comportement analogue à la bille inélastique. En augmentant l'amplitude de l'accélération, on passe successivement du rebond simple par un doublement puis un quadruplement de période au chaos. Afin de simplifier le diagramme de phase, nous avons placé le mouvement périodique avec une période plus grande que le double de la période de forçage à la région nommée "chaos". La transition vers le chaos se fait dans une gamme très étroite de valeurs de γ_m/g .

Les très grosses gouttes : $D > 1.05\text{mm}$ Pour les grosses gouttes avec des diamètres $D > 1.05\text{mm}$, la goutte effectue aussi des rebonds simples pour des accélérations pas trop grandes. Cependant, nous n'observons pas de doublement de période en augmentant γ_m/g . Au-dessus d'un certain seuil de l'ordre $\gamma_m/g \approx 3.8$, la goutte effectue des rebonds irréguliers et intermittents. Dans ce régime, la déformation de la goutte et la déformation de la surface ont une dynamique trop complexe pour en donner ici une description simple.

Les gouttes de taille intermédiaire : $0.75 < D < 1.05\text{mm}$ Considérons maintenant les gouttes de taille intermédiaire, c'est-à-dire d'un diamètre $0.75\text{mm} < D < 1.05\text{mm}$.

Comme pour les petites gouttes, on observe le même rebond simple et une même transition vers le doublement de période lorsqu'on augmente l'amplitude. Mais il n'y a ni le quadruplement de la période ni la transition vers le chaos. En augmentant le forçage γ_m/g , le système entre dans un régime spécifique observé dans toute la région W du diagramme de phase (figure 3.8). Dans ce régime, on remarque un phénomène tout à fait surprenant : la goutte

se met à se déplacer dans le plan horizontal. Dans la suite, nous nous référerons à ce régime comme le régime du *marcheur* (*walker* en anglais, d'où le W). Loin des parois de la cellule expérimentale, la goutte se déplace sur une trajectoire rectiligne avec une vitesse constante en effectuant des sauts réguliers. Dans ce chapitre-ci, nous allons nous limiter à l'analyse du mouvement vertical des gouttes dans ce régime. Nous discuterons le mouvement dans le plan horizontal plus en détail dans le chapitre suivant.

Considérons donc l'image spatio-temporelle 3.9, comme nous l'avons fait précédemment. Puisque la goutte se déplace aussi horizontalement, nous l'avons suivi dans son mouvement de telle sorte que l'image spatio-temporelle correspondante montre toujours le centre de la goutte. On voit alors, comme d'habitude, le mouvement vertical de la goutte dans le temps, sa réflexion à la surface du liquide et, en bas de l'image, les oscillations du bain de liquide.

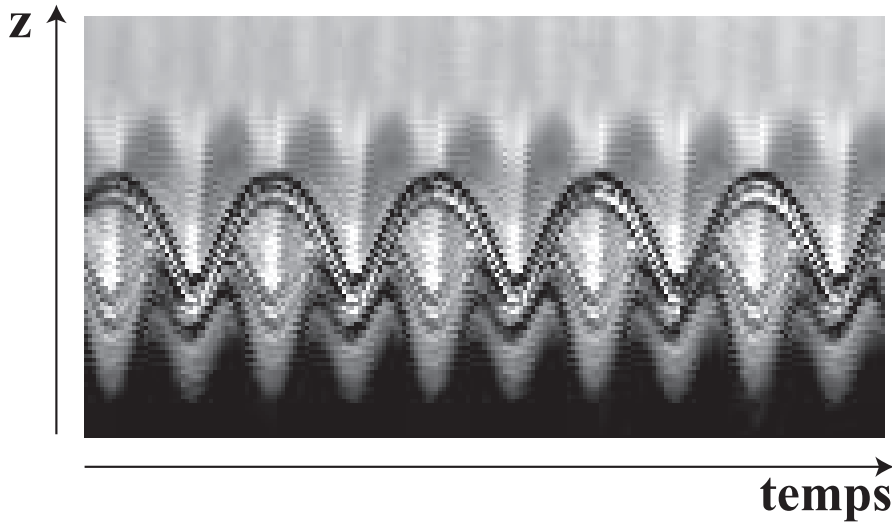


FIG. 3.9 – Image spatio-temporelle montrant le comportement vertical d'une goutte dans le temps (temps écoulé : 0.2s). La goutte effectue un doublement de période complet. Elle se situe dans la région W du diagramme de phase (figure 3.8). $D = 1\text{mm}$, $\gamma_m/g = 4.3$, $f_0 = 80\text{Hz}$ et $\mu_L = 20.10^{-3}\text{Pa.s}$.

L'image spatio-temporelle montre que la goutte n'entre en contact avec le bain de liquide qu'une fois toutes les deux oscillations du plateau. Dans la région W , la goutte effectue un doublement de période complet (ses rebonds successifs sont égaux et de fréquence moitié de la fréquence de forçage).

Le mouvement de la goutte est illustré sur le schéma de la figure 3.10. L'énergie apportée à la goutte par le plateau est suffisamment grande pour que la goutte reste en l'air pendant deux périodes d'oscillation du plateau. Ainsi, deux périodes d'oscillations plus tard, la goutte

arrive à la vitesse v_4 à la surface du bain. L'accélération est alors plus petite que g et la goutte restera donc collée à la surface jusqu'à ce que le plateau lui apporte l'accélération nécessaire à la faire décoller à nouveau. La goutte effectue donc un doublement de période complet. Elle effectue un rebond périodique de période $2T$.

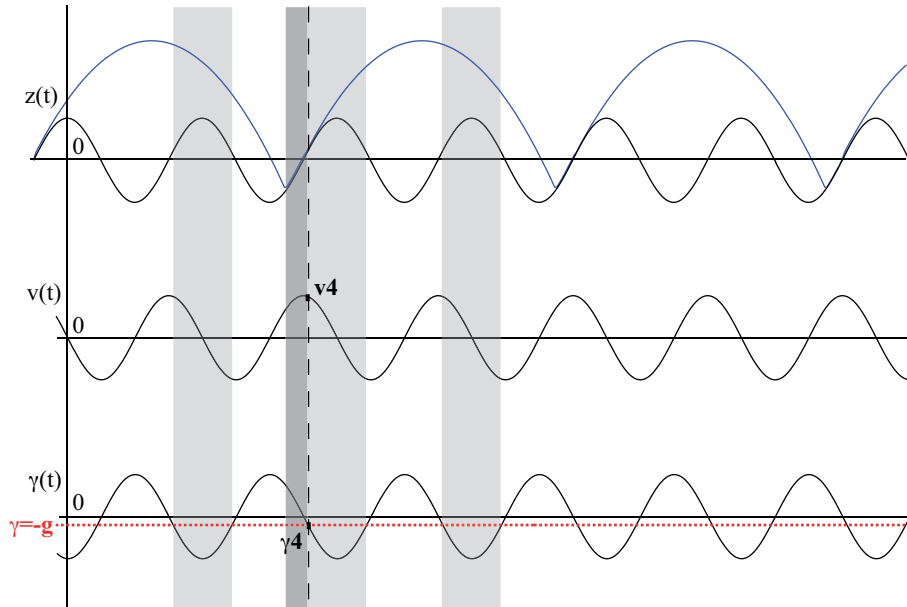


FIG. 3.10 – Schéma décrivant le mouvement vertical d'une goutte dans la région W . Ici, la goutte reste en l'air pendant deux périodes d'oscillation du plateau.

Revenons brièvement à la figure 3.6 que nous avons décrit plus haut et comparons le passage du doublement de période au doublement de période complet dans le cas des gouttes rebondissantes et du modèle d'une bille sur une surface solide oscillante. Comme nous l'avons vu, la taille de la goutte va bien entendu influencer sur le comportement de la goutte : plus la goutte est grosse, plus il faut lui apporter de l'énergie pour qu'elle puisse rebondir sans coalescer. Ainsi, l'accélération à partir de laquelle on observera le doublement de période complet sera plus grande que celle prévue par l'analogie avec le rebond de la bille inélastique. En revanche, la bille retombe sur une surface solide et donc elle n'influe en aucune manière sur la surface sur laquelle elle tombe alors que la grosse goutte déforme légèrement la surface du liquide à chaque rebond et donc plus elle est grosse, plus sa surface est déformée. Elle peut ainsi stocker de l'énergie et l'on peut donc penser qu'elle va se mettre à effectuer un doublement de période complet à partir d'une amplitude des oscillations plus petite que celle prévue par la théorie. On a donc deux éléments qui vont influencer de manière opposée sur le comportement des grosses gouttes à la surface du liquide. C'est ce que l'on peut voir sur le graphe de la figure 3.6. Les grosses gouttes ($D \approx 1\text{mm}$) vont atteindre le doublement de période complet bien après l'accélération prédite par l'analogie avec le rebond d'une bille.

3.3 Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre le mouvement vertical d'une goutte à chacun de ses rebonds. Une petite goutte rebondissant à la surface d'un bain de liquide oscillant effectue un mouvement vertical analogue à celui d'une bille rebondissant sur une surface solide que l'on fait vibrer. On observe donc la même transition vers le chaos pour les petites gouttes lorsqu'on augmente l'amplitude des oscillations. Le rebond n'est pas parfaitement inélastique. En effet, même si la goutte reste bien sphérique, elle n'est pas identique à une bille et la surface sur laquelle elle tombe est liquide, ce qui fait que la goutte retombe sur un creux et le temps de contact entre la goutte et la surface est plus long. Tout ceci explique le fait que l'amplitude mesurée à partir de laquelle on observe le doublement de période et la transition vers le chaos est plus grande que l'amplitude théorique pour une bille sur une surface solide.

Pour des gouttes de taille intermédiaire ($0.75 < D < 1.05\text{mm}$), lorsqu'on s'approche de l'instabilité de Faraday, on observe un phénomène tout à fait particulier. Les gouttes se mettent à se déplacer à la surface du liquide. Nous avons observé le rebond de ces "marcheurs". Ces gouttes rebondissent maintenant à la moitié de la fréquence de forçage, soit la fréquence de Faraday. Nous allons voir dans le chapitre suivant que la goutte rebondit sur sa propre onde. C'est un phénomène cohérent entre la goutte et son onde qui va faire que la goutte va se mettre à se déplacer tout en rebondissant à la fréquence moitié de la fréquence de forçage. Cette situation ne trouve pas d'analogie dans le cas du comportement de la bille inélastique sur un plateau oscillant.

Chapitre 4

Les marcheurs

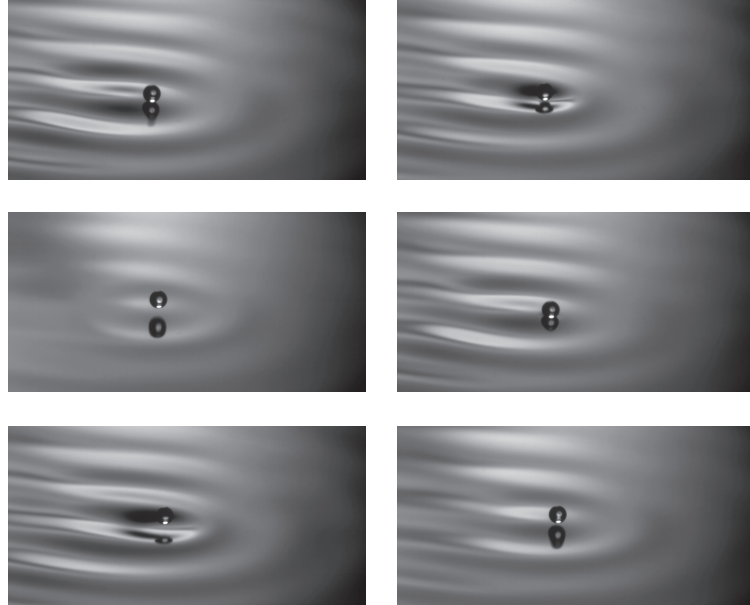


FIG. 4.1 – Mouvement d’une goutte dans la région W du diagramme de phase (figure 3.8). Non seulement la goutte rebondit à la surface du liquide, mais aussi elle se déplace dans le plan horizontal : c’est un ”marcheur”. $D = 1$ mm, $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa. s, $f_0 = 80$ Hz. $\gamma_m/g = 4.15$. Les images successives ont été prises à la caméra rapide. Intervalle de temps entre chaque image : 9 ms.

Nous avons vu ci-dessus qu’il existait pour des gouttes de taille intermédiaire ($0.8 < D < 1.1$ mm) un régime spécifique dans lequel le rebondissement devenait entièrement sous harmonique. On entre alors dans la région W du diagramme de phase (figure 3.8). Dans ce domaine une goutte se met spontanément en mouvement dans le plan horizontal pour atteindre (loin des parois) une vitesse constante. C’est ce phénomène que nous allons étudier

spécifiquement dans ce chapitre. La série de photos de la figure 4.1 montre une telle goutte lors de son déplacement à la surface du liquide. Comme on le voit, à chaque rebond elle génère une onde sur laquelle elle va retomber au rebond suivant. Nous avons appelé "marcheurs" l'association de la goutte et de l'onde qu'elle génère. Nous allons montrer que l'onde émise est une onde de Faraday.

4.1 Mouvement dans le plan horizontal

4.1.1 Trajectoire d'un marcheur

Toutes ces expériences sont réalisées avec une goutte dans son régime de rebondissement normal et en augmentant le paramètre de contrôle γ_m/g . Lorsqu'on atteint la région W on observe que la goutte se met en mouvement dans une direction initialement arbitraire du plan horizontal. Le mouvement est rectiligne (loin des parois) et de vitesse constante. Dans la suite on appellera V_w la vitesse de la goutte. On verra que cette vitesse dépend de la taille de la goutte et de la valeur de γ_m/g .

Mouvement de billard. Le mouvement des marcheurs a lieu dans une cellule de taille finie. Lorsqu'un marcheur approche d'un des bords de la cellule, on observe qu'il est repoussé et réfléchi sans que la goutte elle-même aie jamais eu de contact avec la paroi 4.2. En utilisant la méthode de détection détaillée dans le chapitre 2, on superpose les images successives et on obtient la trajectoire de la goutte. Dans une cellule carrée, on observe qu'aux temps longs la goutte suit une trajectoire périodique stable (montrée par la figure 4.3). Ce mouvement est similaire à celui d'une boule de billard dépourvue d'amortissement. La trajectoire a cependant quelques caractéristiques bien particulières. La première d'entre elles est que durant une collision avec le bord, la trajectoire est fortement incurvée et que la goutte reste à une distance finie du bord. La distance minimale entre la goutte et le bord est de l'ordre de λ_F , la longueur d'onde de Faraday. Une deuxième caractéristique est que l'angle d'incidence et l'angle de réflexion ne sont pas égaux, ce qui sera discuté plus loin.

4.1.2 Origine du déplacement

Pour comprendre cette mise en mouvement des gouttes, nous avons observé en détail leur mouvement avec le stroboscope et la caméra rapide. La figure 4.4 montre des photos successives du marcheur vu de dessus. Sur la première image (a) on voit, le début de la collision entre la goutte et la surface. La collision forme un petit cratère à la surface du liquide, visible en (b). Ensuite, la goutte décolle et l'onde formée par le choc va évoluer librement. L'amplitude du cratère central va croître et être maximale une période de forçage plus tard. Ensuite le cratère central s'inverse pour devenir une protubérance qui sera d'amplitude maximum

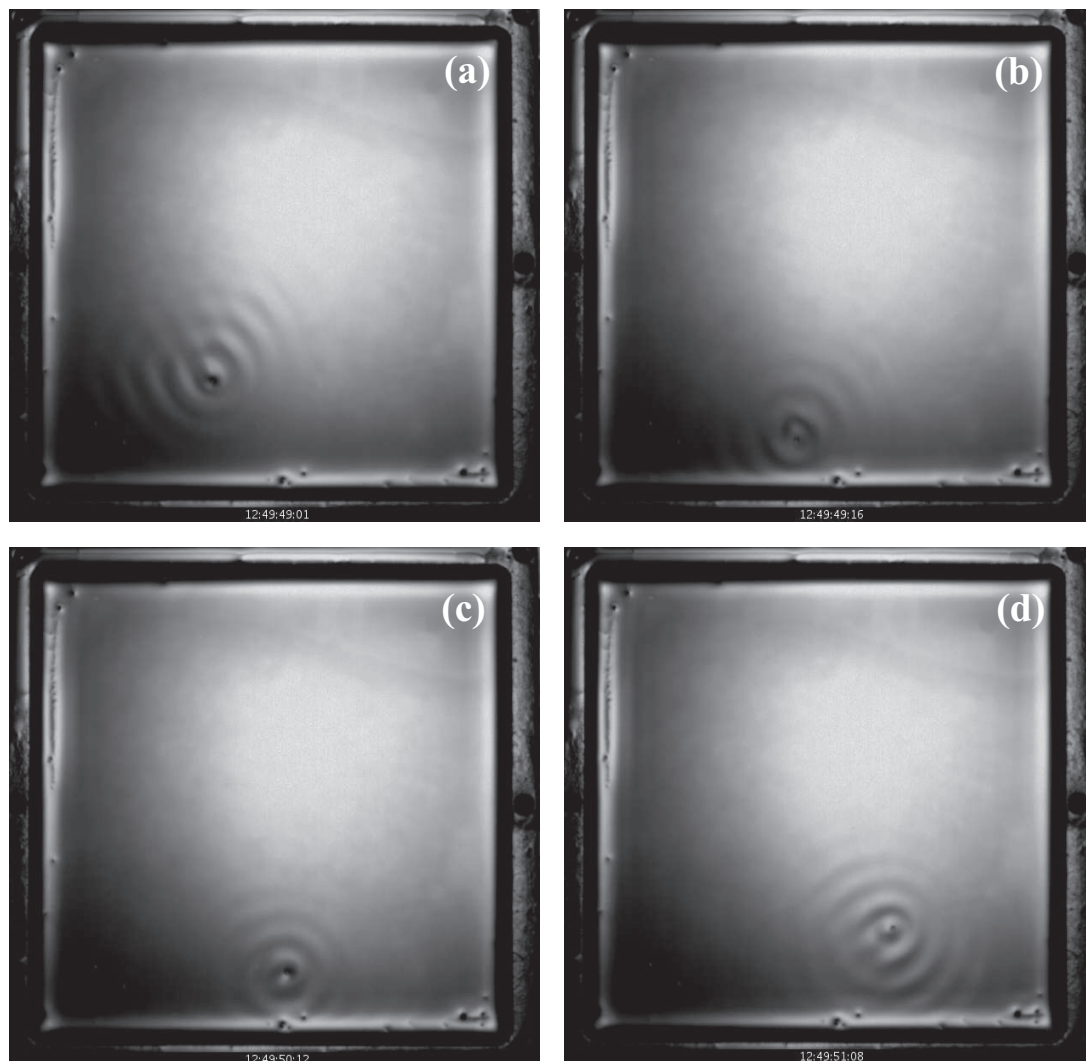


FIG. 4.2 – Goutte se déplaçant à la surface du liquide au travers de la cellule. On appelle cette goutte un "marcheur". Elle se situe dans la région W du diagramme de phase. Une fois qu'elle atteint le bord de la cellule, elle repart avec un certain angle. Temps entre chaque photo : 1 s.

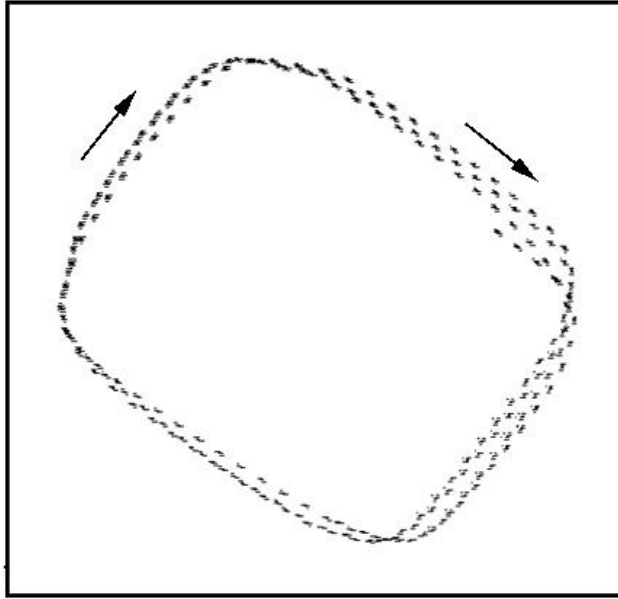


FIG. 4.3 – billard

après deux périodes de forçage du plateau. On voit que la périodicité de l'onde induite est double de la période de forçage et que l'onde observée est donc une sorte d'onde de Faraday.

Comme on l'a vu dans le chapitre précédant, la goutte rebondit ici à la moitié de la fréquence de forçage, c'est-à-dire justement à la fréquence : $f_F = f_0/2$. Ayant un mouvement sous harmonique elle retombe systématiquement aux instants où l'onde forme une protubérance centrale (en (a) et (f) de la figure 4.4). On observe de plus que le choc entre la goutte et l'interface se fait toujours sur la pente avant de cette protubérance centrale (voir aussi figure 4.5). A chaque choc la goutte reçoit donc une impulsion non verticale. Elle va suivre des petits arcs de parabole avec en moyenne une propagation horizontale. A chaque choc cette impulsion est identique ; c'est donc un phénomène d'accrochage entre la goutte et son onde qui est à l'origine de son déplacement horizontal.

4.2 Relation avec l'instabilité de Faraday

Comme on l'a vu le régime des marcheurs est directement lié au rebondissement des gouttes à une fréquence $f_F = f_0/2$, qui est la fréquence des ondes de Faraday. Si on mesure la longueur d'onde des ondes émises par la goutte on trouve $\lambda_F = 4.7$ mm qui correspond à une fréquence $f_0/2 = 40$ Hz dans l'équation de dispersion 1.2 du chapitre 1. C'est effectivement la même que celle des ondes stationnaires à la surface du liquide lorsqu'on atteint l'instabilité de Faraday. Il y a donc une forte vraisemblance que la transition vers le régime de marcheur soit liée à la proximité cette instabilité.

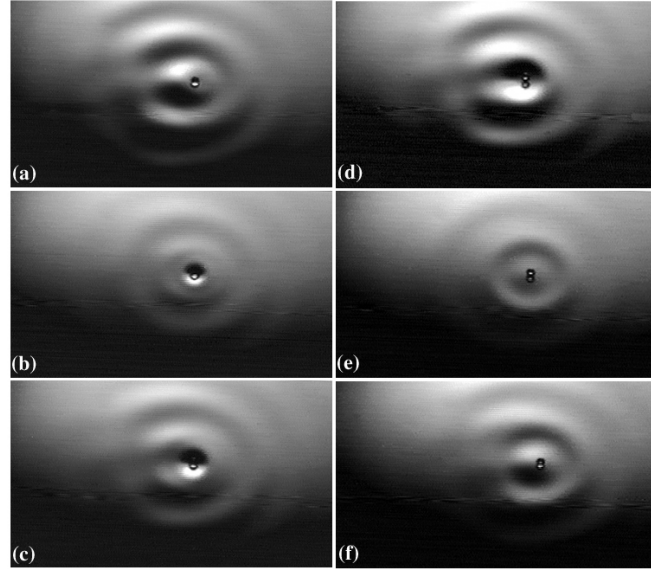


FIG. 4.4 – Un marcheur et son onde émise vus du dessus. Ces 6 photos montrent le comportement du marcheur sur deux périodes d'oscillation du plateau. Les photos (a) et (b) sont prises lorsque la goutte entre en contact avec la surface du bain de liquide. $D = 0.65$ mm, $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz, $\gamma_m/g = 3.5$.

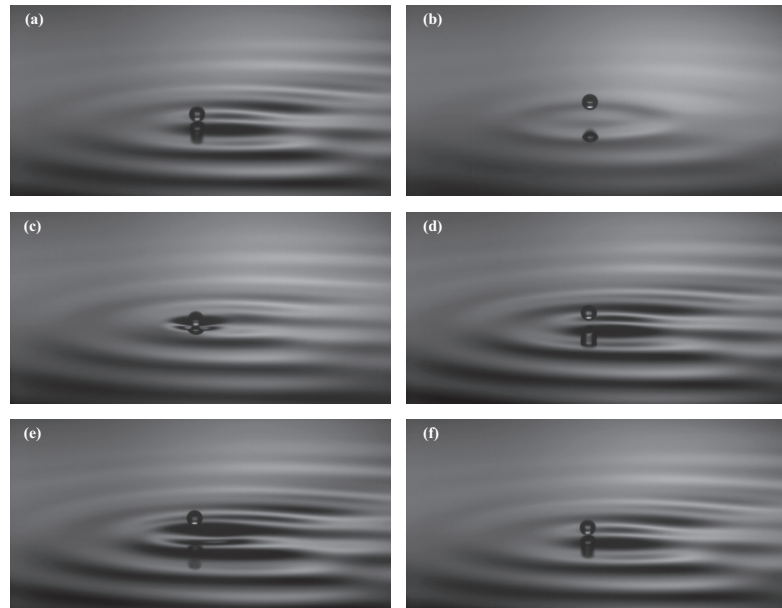


FIG. 4.5 – Mouvement d'un marcheur

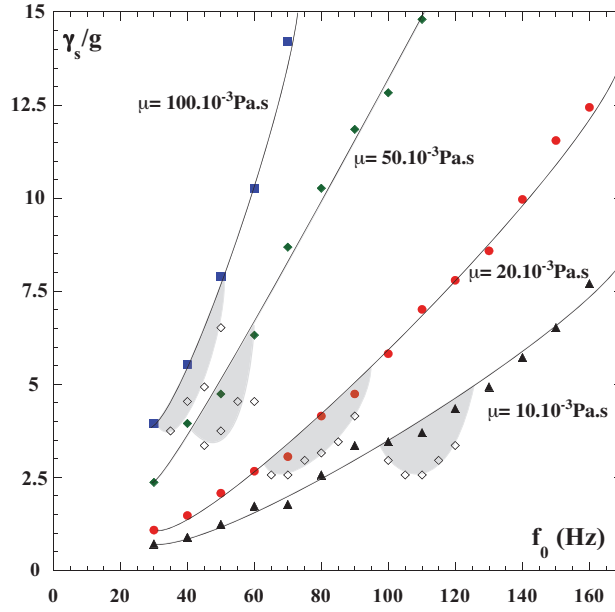


FIG. 4.6 – Seuil d'accélération γ_s pour l'instabilité de Faraday en fonction de la fréquence de forçage pour des huiles de différentes viscosités ($\mu = 10 \cdot 10^{-3}$, $20 \cdot 10^{-3}$, $50 \cdot 10^{-3}$ et $100 \cdot 10^{-3}$ Pa.s). Juste en dessous de ce seuil, les régions grisées correspondent aux zones où l'on observe des marcheurs.

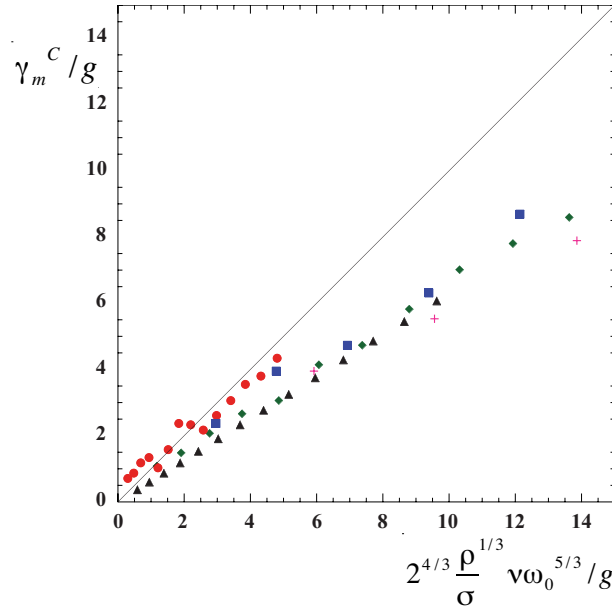


FIG. 4.7 – Le seuil d'instabilité de Faraday croît linéairement avec $\mu_L \omega_0^{5/3}$. Les seuils d'instabilité pour des huiles de différentes viscosité de la figure 4.6 en fonction de $\mu \omega^{5/3}$. Croix : $\mu_L = 100 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, carrés : $\mu_L = 50 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, losanges : $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, triangles : $\mu_L = 10 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, cercles : $\mu_L = 5 \cdot 10^{-3}$ Pa.s.

4.2.1 Marcheurs sur d'autres fluides

En faisant des expériences systématiques sur l'existence de marcheurs dans des huiles de viscosité très différentes, nous avons vérifié que la mise en marche des gouttes est directement liée à la proximité de l'instabilité de Faraday. Pour cela il nous a d'abord fallu mesurer les seuils d'instabilité de Faraday en fonction de la fréquence des oscillations f_0 pour des huiles de différentes viscosités. Nous avons mesuré ces seuils avec cinq huiles de silicone de viscosités respectivement $\mu_L = 5.10^{-3}$ Pa.s, 10.10^{-3} Pa.s, 20.10^{-3} Pa.s, 50.10^{-3} Pa.s et 100.10^{-3} Pa.s (figure 4.6). On peut voir que plus le liquide est visqueux, plus le seuil de l'instabilité est grand. La figure montre ces résultats en fonction de $2^{4/3}(\frac{\rho}{\sigma})^{1/3}\nu_L\omega_0^{5/3}/g$ afin de vérifier que le seuil de Faraday obéit bien à la prédiction théorique 1.7 du chapitre 1. On obtient alors le graphe de la figure 4.7. Le seuil d'instabilité de Faraday croît bien linéairement avec $\mu_L\omega_0^{5/3}$ mais le préfacteur observé diffère de la prédiction théorique.

On a ensuite recherché pour chacune de ces huiles s'il existait des marcheurs et si oui, dans quels domaines des valeurs des paramètres. Pour toutes les huiles dans la gamme de viscosité comprise entre 5.10^{-3} Pa.s $< \mu_L < 100.10^{-3}$ Pa.s on observe alors que les marcheurs existent bien. Dans tous les cas leur domaine d'existence est associé au seuil d'instabilité de Faraday et se situe juste en dessous de celui-ci (voir 4.6).

Il faut ici se souvenir que pour que la goutte devienne un marcheur, encore faut-il qu'elle effectue un doublement de période complet. On observe bien sur la figure (voir 4.6) que les régions pour lesquelles des marcheurs existent sont centrées sur des valeurs voisines de l'accélération γ_m/g . Cette accélération est celle qui est requise pour que la goutte pour reste en l'air pendant deux périodes d'oscillation du plateau.

Comme on l'a observé pour une huile de viscosité $\mu_L = 50.10^{-3}$ Pa.s, les gouttes qui peuvent devenir des marcheurs ont une gamme de taille limitée (voir le diagramme de phase du chapitre précédent, figure 3.8). Nous avons constaté le même type de limites pour toutes les viscosités étudiées. Ceci peut se comprendre. En effet, si la goutte est trop petite, son rebond va être trop élastique et son mouvement aux forts forçages devient chaotique. Si elle est trop grosse la déformation au choc devient importante et le décollement difficile. On trouve donc que la gamme optimale pour la taille des gouttes est centrée sur une valeur type qui décroît avec la viscosité du fluide. Ainsi comme le montre la figure 4.8, pour une viscosité $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s, seules les gouttes ayant un diamètre D compris entre 0.5 et 0.8 mm deviennent des marcheurs.

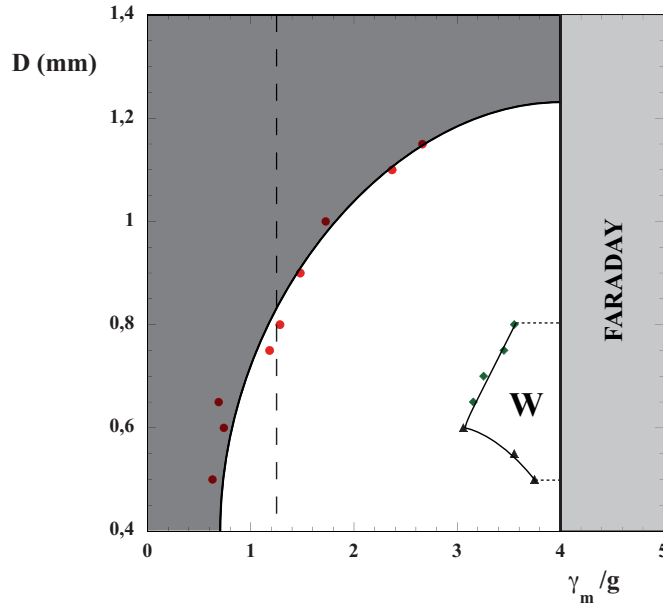


FIG. 4.8 – Diagramme de phase partiel montrant la gamme de taille des gouttes marcheuses pour de l'huile de viscosité $\mu = 20.10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz

4.2.2 L'approche de l'instabilité de Faraday

Pour compléter notre étude de la relation des marcheurs avec l'instabilité de Faraday nous revenons maintenant à notre huile préférée de viscosité $\mu_L = 50.10^{-3}$ Pa.s et nous allons étudier ce qui se produit quand on augmente progressivement l'amplitude des oscillations du liquide pour s'approcher du seuil de Faraday. On est dans la zone W du diagramme de phase (4.9).

En A, on est proche de la limite inférieure de la zone de marche. On voit sur la figure 4.10 que les ondes créées ont une faible extension spatiale. Celle-ci croît quand on atteint B (figure 4.9).

De plus, lorsqu'on regarde le marcheur B de la figure 4.10, on remarque que les ondes générées à l'avant dans le sens du mouvement en mouvement et aussi à l'arrière ont une amplitude plus faible que celles qui sont émises latéralement. L'onde que l'on observe est en réalité la superposition d'ondes propagatives générées par les rebonds successifs de la goutte. A chaque choc la goutte crée une perturbation quasi ponctuelle de l'interface. Celle-ci peut être comparée à la perturbation créée par une pierre jetée dans l'eau. Comme dans ce dernier cas, la perturbation ponctuelle va générer un train d'onde se propageant radialement et qui s'étale au cours du temps. Comme chacun des rebonds génère un tel train d'onde l'aspect de la surface résulte de leur superposition. Pour des gouttes de grande vitesse, dans la direction de propagation, il y aura un effet Doppler du à la mobilité de la source. Il y aura

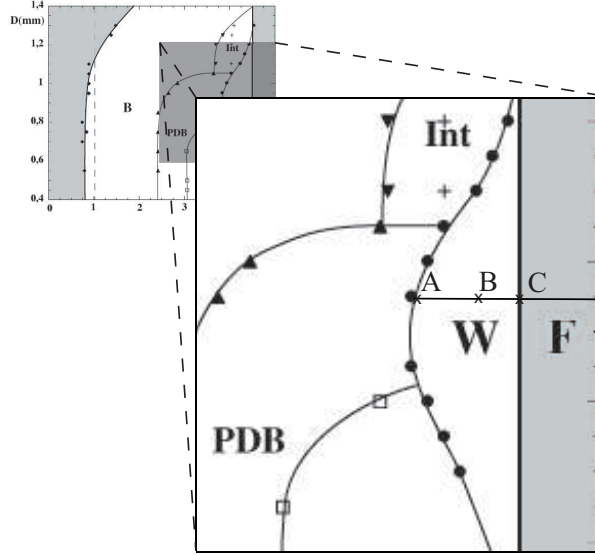


FIG. 4.9 – Zoom diagramme de phase. Marcheur de diamètre $D = 1$ mm traverse les zones A, B puis C quand on augmente l'accélération γ_m/g .

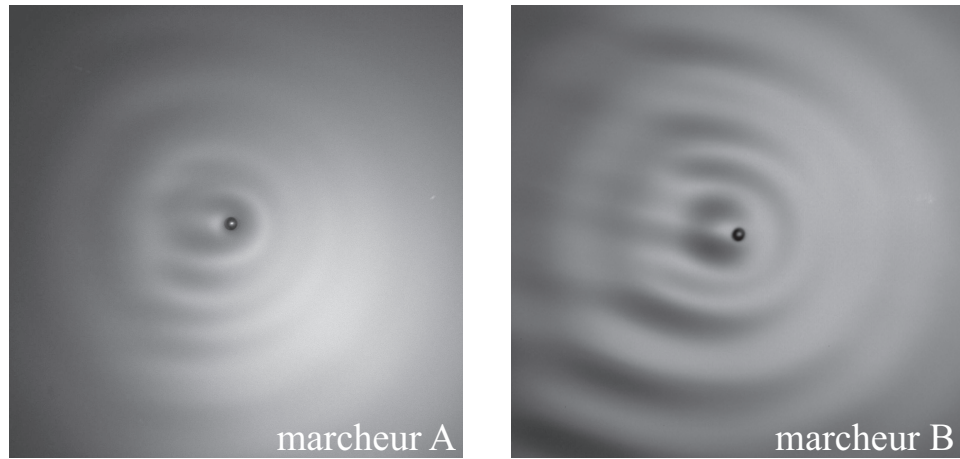


FIG. 4.10 – Marcheur A : $\gamma_m/g = 3.8$ au point A du diagramme de phase (voir figure 4.9). Marcheur B : $\gamma_m/g = 4.3$ au point B du diagramme de phase (voir figure 4.9). $D = 1$ mm, $f_0 = 50$ Hz, $\mu_L = 50 \cdot 10^{-3}$ Pa.s. L'amplitude des ondes créées par le marcheur est beaucoup plus grande. Les ondes latérales sont quasi-parallèles.

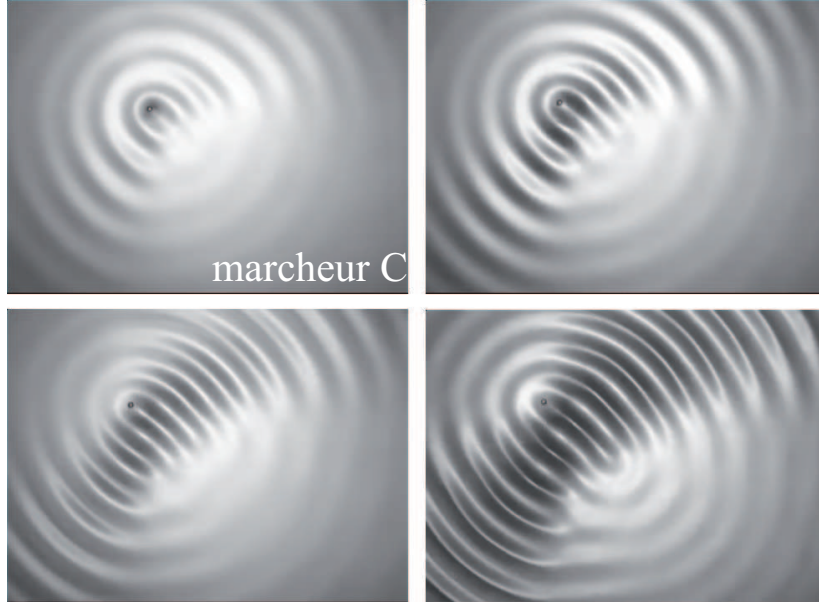


FIG. 4.11 – Marcheur C : $\gamma_m/g = 4.5$ au point C du diagramme de phase (voir figure 4.9). Environ un dixième de seconde entre chaque photo. On atteint le seuil d’instabilité de Faraday. Le marcheur est source d’ondes de Faraday stationnaires qui s’installent à la surface du liquide dans toute la cellule. $D = 1$ mm, $f_0 = 50$ Hz, $\mu_L = 50.10^{-3}$ Pa.s.

aussi interférence destructive partielle par superposition des ondes décalées. Ces deux effets existent aussi à l’arrière de la goutte et contribuent à atténuer les ondes observées dans le sillage. Par contre pour ces mêmes gouttes rapides les rebonds successifs contribuent tous à construire une onde plane latérale. Celle-ci ayant la fréquence et la longueur d’onde de Faraday est également la plus amplifiée par le forçage.

Si maintenant on passe le seuil d’instabilité, on observe que les ondes latérales générées par le marcheur vont s’étendre à toute la cellule. C’est ce que l’on peut voir sur la série de photos de la figure 4.11. Ainsi, le marcheur en atteignant le point C du diagramme de phase (figure 4.9) devient le germe des ondes de l’instabilité de Faraday qui vont envahir toute la cellule. Lorsque ces ondes vont atteindre la paroi elles vont se réfléchir et interagir entre elles pour former un mode propre de la cellule comme il est classique dans ce type d’instabilité. A ce point le marcheur cesse d’être la source des ondes puisque celles-ci deviennent auto-entretenues. La goutte rebondit maintenant sur des ondes qu’elle ne crée plus et la cohérence entre son mouvement et l’onde est perdue. Le rebondissement sur des ondes de grandes amplitudes devient chaotique et généralement conduit à la coalescence après quelques minutes.

Dans nos conditions expérimentales l’instabilité de Faraday correspond à une bifurcation de Hopf supercritique dont nous avons bien mesuré le seuil. Celles des gouttes dont le rebondissement est sous harmonique agissent comme des sources d’une onde ayant la bonne

fréquence pour être amplifiée au dessus du seuil par l'instabilité de Faraday. En dessous de ce seuil, l'onde émise est amortie mais de plus en plus faiblement quand on s'en approche. Ceci est l'origine fondamentale de l'existence de marcheurs. C'est ce phénomène qui permet aux ondes émises d'avoir une amplitude suffisante pour que les gouttes subissent la bifurcation de marche que nous allons maintenant détailler.

4.3 Bifurcation de marche et vitesse de la goutte

Comme on l'a dit ci-dessus, on observe à la limite du domaine W des figures 4.9 et 4.8, une transition où la goutte se met à marcher à vitesse constante. Les mesures ci-dessous ont été faites, pour des raisons pratiques, avec l'huile de viscosité $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s, forcée à une fréquence $f_0 = 80$ Hz. Dans un premier temps on va mesurer pour une petite goutte de diamètre $D = 0.56$ mm l'évolution de sa vitesse en fonction du paramètre de contrôle. On a vu que la propagation de la goutte était corrélée à la propagation de l'onde (étalement de la protubérance centrale). Nous allons donc comparer la vitesse de la goutte V_w à la vitesse de phase de l'onde de Faraday v_F^ϕ . La figure 4.12 montre l'évolution de la vitesse adimensionnée V_w/v_F^ϕ de cette goutte lorsqu'on augmente le paramètre de contrôle γ_m/g .

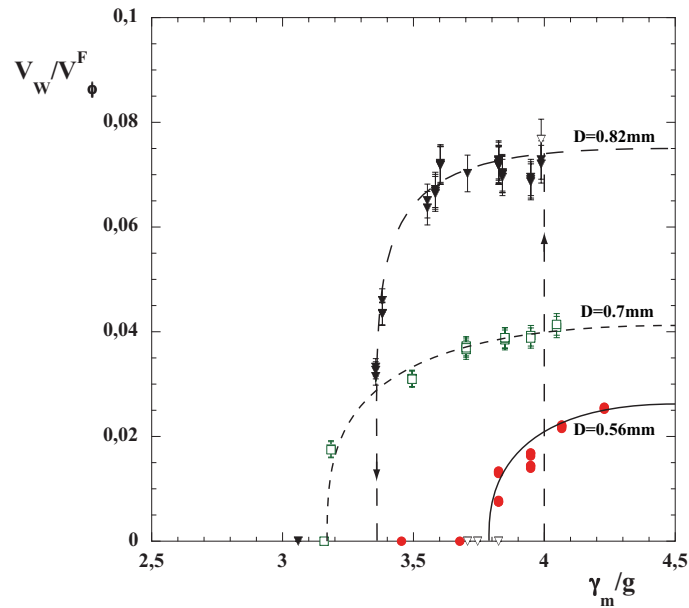


FIG. 4.12 – Vitesse horizontale adimensionnée V_w/V_F^ϕ pour trois tailles de marcheurs en fonction de l'accélération γ_m/g apportée au bain de liquide. Les flèches montrent le cycle d'hystérésis observé pour les grosses gouttes de diamètre $D = 0.82$ mm. La transition est alors dans ce cas sous critique. $f_0 = 80$ Hz et $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s.

Pour cette petite goutte on observe qu'elle est immobile pour les faibles valeurs de $\gamma_m/g =$

3.8 puis qu'elle se met en mouvement à $\gamma_m/g = 3.8$. Cette transition est une rupture de symétrie et comme nous l'avons déjà dit la direction initiale de propagation est arbitraire. Au seuil la vitesse est très faible puis elle augmente comme la racine carrée de l'écart au seuil de marche. On a donc une bifurcation supercritique avec un seuil très bien défini. Le même type de comportement est observé pour toutes les petites gouttes ($D = 0.56$ mm et $D = 0.7$ mm) mais la valeur observée pour le seuil de chacune varie. Pour des gouttes plus grosses ($D > 0.7$ mm), la transition devient sous critique. On observe que lorsqu'on fait croître γ_m/g une goutte immobile se met à se déplacer directement avec une vitesse finie. Quand on décroît γ_m/g la goutte reste en mouvement et ne s'arrête que pour un forçage plus faible. On a donc une hystérésis. La transition de marche est donc pour les grosses gouttes sous critique. Une telle transition est montrée sur la figure 4.12 pour une goutte de $D = 0.82$ mm.

La figure 4.12 montre donc que pour un forçage donné, les vitesses atteintes par les gouttes varient avec leur taille. Pour étudier cette caractéristique nous avons mesuré pour une valeur fixe du forçage, $\gamma_m/g = 3.8$, la vitesse des gouttes en fonction de leur taille (voir figure 4.13). On voit que la vitesse des gouttes croît avec leur taille. On peut avoir une intuition de cet effet. Des gouttes plus grosses donnent des ondes de plus grande amplitude. La vitesse de la goutte dépendant de la pente sur laquelle elle retombe, une goutte rebondissant sur une onde de plus grande amplitude ira plus vite. On voit que pour cette valeur du forçage, proche du seuil de Faraday, les plus grosses gouttes ($D \approx 0.8$ mm) atteignent des vitesses allant jusqu'à 8% de la vitesse des ondes de Faraday, soit 16 mm/s.

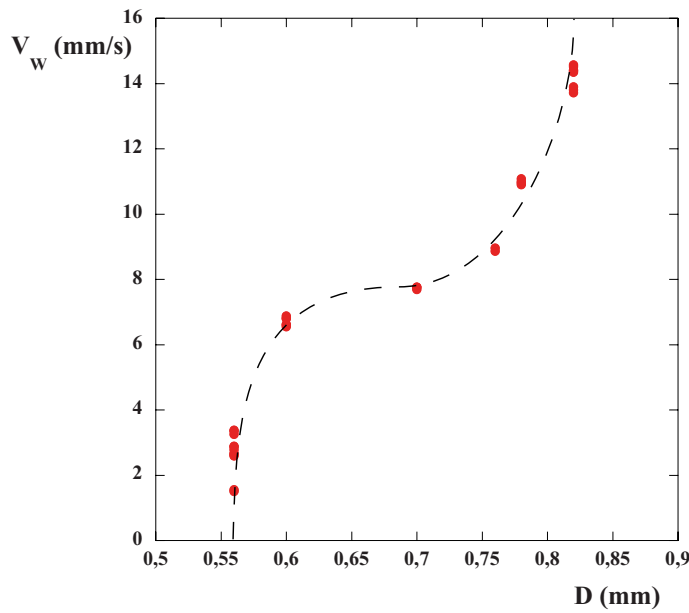


FIG. 4.13 – Vitesse des gouttes en fonction de leur diamètre D pour l'accélération $\gamma_m/g = 3.8$. $f_0 = 80$ Hz et $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s.

4.4 Modélisation du mouvement d'un marcheur

Arezki Boudaoud a proposé une modélisation qui permet de comprendre la transition par laquelle une goutte se met à marcher. Dans le cas des marcheurs que nous étudions ici, la goutte se déplace verticalement (elle effectue un rebond une fois toutes les deux périodes d'oscillation du plateau) et aussi horizontalement (c'est un marcheur qui se déplace à vitesse constante à la surface du liquide). Comme l'échelle de temps du mouvement vertical est courte par rapport au mouvement horizontal on peut donc tenter de les découpler. On va donc chercher les équations du mouvement horizontal en moyennant les forces subies par la goutte pendant une période du mouvement vertical. Le mouvement de la goutte sur une période de rebond, la goutte est soumise à deux forces :

- Une force motrice F_1 : la goutte retombe sur la pente de sa propre onde formée à son rebond précédent. C'est cela qui lui donne une impulsion motrice.

$$F_1 = F^b \sin \left(2\pi \frac{\dot{x}}{V_F^\phi} \right).$$

Ce terme correspond à la force effective due au rebond de la goutte sur une surface inclinée.

$$F^b \sim m\gamma_m(A_F/\lambda_F)(\tau/T_F) \sim 10^{-6}N$$

est proportionnelle à l'amplitude de l'accélération verticale γ_m et à la pente de l'onde générée par la goutte. Cette pente est environ A_F/λ_F en prenant pour l'amplitude de l'onde $A_F \sim 0.5$ mm et λ_F la longueur d'onde de l'onde de surface à la fréquence de Faraday ($\lambda_F \sim 5$ mm pour $f_F = 40$ Hz). L'inclinaison de la surface au moment de la collision résulte de la différence de propagation entre la goutte (qui avance à la vitesse $V_w = \dot{x}$) et l'onde (de vitesse de phase V_F^ϕ) depuis la dernière collision. Le *sinus* correspond à cette différence de phase.

- Une force de freinage F_2 : la goutte tombe à la surface du bain de liquide à chaque rebond. Elle est donc freinée au moment où elle impacte la surface. La force F_2 correspond ainsi au frottement visqueux dû au fait que la goutte cisaille le film d'air intermédiaire durant le choc avec la surface liquide.

$$F_2 = -f^v \dot{x}.$$

$$f^v \sim \frac{\mu_G s}{h_f} \frac{\tau}{T_F} \sim 10^{-6} N.m^{-1} s.$$

f^v , l'amortissement effectif, est proportionnel à la viscosité de l'air μ_G , la région en contact entre la goutte et le bain $s \sim 1$ mm² et l'épaisseur typique du film d'air $h_f \sim 2$ μm.

Finalement, en appliquant la loi de Newton, on peut écrire l'équation du mouvement horizontal moyen de la goutte :

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_1 + F_2 \\ m\ddot{x} &= F^b \sin\left(2\pi \frac{\dot{x}}{V_F^\phi}\right) - f^v \dot{x} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Le terme de gauche correspond à l'inertie de la goutte avec $m \sim 1$ mg, la masse de la goutte. Les termes de droite représentent les forces exercées durant la collision (qui dure un temps τ), moyennés sur une période de Faraday T_F avec comme on l'a vu plus haut, $\tau/T_F = 10/189 \approx 0.2$. On remarque que le terme moteur contient une non linéarité dans le terme en sinus du rapport des vitesses.

4.4.1 Bifurcation

Maintenant on reprend l'équation 4.1 et on cherche les régimes stationnaires possibles. On écrit donc :

$$m\ddot{x} = 0,$$

et donc l'équation 4.1 donne :

$$F^b \sin\left(2\pi \frac{\dot{x}}{V_F^\phi}\right) - f^v \dot{x} = 0$$

on a donc

$$\sin\left(2\pi \frac{\dot{x}}{V_F^\phi}\right) = \frac{f^v}{F^b} \dot{x}$$

et dans la limite des petites vitesses, on trouve alors :

$$\frac{2\pi}{V_F^\phi} \dot{x} + \frac{1}{3!} \left(\frac{2\pi}{V_F^\phi}\right)^3 \dot{x}^3 = \frac{f^v}{F^b} \dot{x}$$

c'est-à-dire :

$$\frac{V_w}{V_F^\phi} \left[2\pi F^b - \frac{8\pi^3}{6} \left(\frac{V_w}{V_F^\phi}\right)^2 F^b - f^v V_F^\phi \right] = 0. \quad (4.2)$$

Pour des petites valeurs de F^b , seule la solution $V_w = 0$ est possible. La goutte reste donc immobile dans le plan de la surface.

Cette solution devient instable lorsque F^b devient plus grand que F_c^b :

$$F_c^b = f^v (V_F^\phi / 2\pi).$$

Au-delà de cette valeur, deux solutions stables apparaissent ayant des vitesses :

$$\frac{V_w}{V_F^\phi} = \pm (\sqrt{6}/2\pi) \sqrt{(F^b - F_c^b)/F^b} \quad (4.3)$$

Ces deux solutions sont symétriques et la goutte va donc se déplacer soit vers la gauche, soit vers la droite à vitesse constante (ou dans toute autre direction si on écrit l'équation à deux dimensions). On a donc ici obtenu un modèle de la transition vers la marche. Ce système, où le paramètre de contrôle est F^b , présente une bifurcation fourche supercritique vers la marche. Le paramètre d'ordre (la vitesse sans dimension V_w/V_f^ϕ) varie comme la racine carrée de la distance au seuil. Si on trace la vitesse adimensionnée $\frac{V_w}{V_f^\phi}$ en fonction du rapport des paramètres F^b/f^v selon l'équation 4.3, on trouve le diagramme de bifurcation de la figure 4.14 (a).

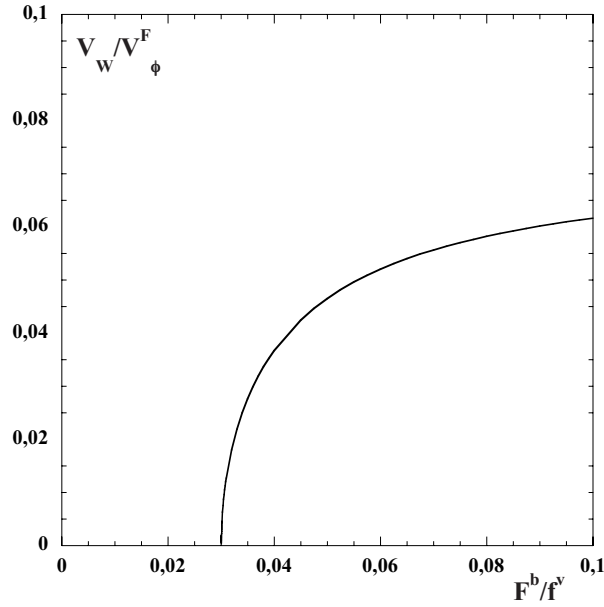


FIG. 4.14 – Vitesse théorique d'un marcheur en fonction du rapport des paramètres F^b/f^v .

Ce diagramme de bifurcation obtenu par ce modèle théorique (figure 4.14) est comparable à celui obtenu expérimentalement (figure 4.12). On remarque notamment que l'ordre de grandeur prévu de la vitesse des gouttes est en bon accord avec les valeurs mesurées. Par contre dans ce modèle le seuil de marche apparaît indépendant de la taille de la goutte contrairement à l'observation. Cela tient au fait qu'on a entièrement négligé les déformations de la goutte et de l'interface ainsi que les effets inélastiques qui dépendent de la taille de la goutte.

4.4.2 Mise en marche d'une goutte et détermination des paramètres du modèle

On va de nouveau utiliser des équations de ce type, dans le chapitre suivant pour modéliser les interactions entre marcheurs. Il est donc important de pouvoir estimer les valeurs pratiques des paramètres $a = F^b/m$ et $c = f^v/m$ qui seront utilisées dans les équations maintenant

adimensionnées. Pour cela on mesure expérimentalement les temps caractéristiques de mise en mouvement des marcheurs et on ajuste les valeurs des paramètres pour retrouver ces temps.

Lorsqu'on augmente impulsivement l'amplitude des oscillations de telle manière à entrer dans le domaine W , une goutte va passer de goutte rebondissante à marcheur spontanément. Mais elle va mettre un certain temps τ s avant d'avancer à vitesse constante. On trouve expérimentalement que ce temps τ est de l'ordre de 0.5 s.

Quand la goutte se met à marcher, sa vitesse reste faible. On peut alors faire une approximation au premier ordre de l'équation 4.1. On prend les quantités sans dimensions $a = F^b/m$ et $c = f^v/m$ (λ_F et T_F sont les unités de longueur et de temps). On a alors maintenant l'équation 4.1 adimensionnée :

$$\ddot{x} = a \sin 2\pi\dot{x} - c\dot{x} \quad (4.4)$$

L'équation 4.4 donne au premier ordre :

$$\ddot{x} = (2\pi a - c)\dot{x}$$

La solution de cette équation différentielle est

$$x(t) = e^{(2\pi a - c)t}$$

$$\text{ainsi } 2\pi a - c = -\frac{T}{\tau}$$

de plus on sait que

$$V_w^2 = \frac{3}{2\pi^2} \left(1 - \frac{F_c^b}{F^b}\right)$$

or

$$\frac{F_c^b}{F^b} = \frac{f^v}{2\pi F_b} = \frac{c}{2\pi a}$$

d'où

$$2\pi a = \frac{3c}{3 - 2\pi^2 V_w^2}$$

ainsi on trouve

$$a = -\frac{3T}{4\pi^3 V_w^2 \tau}$$

et

$$c = \left(1 - \frac{3}{2\pi^2 V_w^2}\right).$$

Ainsi on peut en déduire les valeurs des paramètres numériques a et c correspondant à un marcheur se déplaçant à la vitesse $V_w = 20$ mm/s et ayant atteint sa vitesse de marche en $\tau = 0.3$ s.

4.5 Discussion : comparaison théorie et expérience

Dans ce modèle les différents paramètres de l'expérience sont tous "cachés" dans deux paramètres. Donc, la bifurcation est la même quelle que soit la taille des gouttes. Dans l'expérience, nous avons observé que le seuil et le type de bifurcation (sous critique ou super-critique) dépendaient de la taille du marcheur.

Les très petites gouttes effectuent facilement un doublement de période, par contre les ondes qu'elles émettent sont de relativement plus faible amplitude. Il est donc probable que les petites gouttes effectuent d'abord un doublement de période complet et que ce n'est que pour des forçages supérieurs qu'on atteint le seuil de marche. Pour de grosses gouttes le décollement de la goutte est difficile à cause de ses déformations. Ce n'est que pour des accélérations plus grandes qu'elle atteint un doublement de période complet. Quand elle y parvient, elle émet immédiatement des ondes de grande amplitude et se trouve donc directement très au delà du seuil de marche. Elle "part" alors directement avec une vitesse élevée. Dans cette hypothèse le changement de nature du seuil tiendrait à l'interversion de l'ordre du seuil de marche et de celui de doublement de période.

Chapitre 5

Interactions de gouttes identiques : états liés, collisions, orbites etc.

Lorsque plusieurs gouttes rebondissantes, sont présentes dans la même cellule on observe, dans tous les cas, qu'elles vont interagir. Il y a une grande variété de phénomènes possibles. Tous sont liés à la déformation de la surface par les chocs des gouttes, déformation qui crée entre les gouttes une interaction non locale. Pour simplifier nous nous limitons dans ce chapitre à l'étude des interactions de gouttes identiques.

5.1 Les différents modes d'auto-organisation observés

On peut relever une des remarquables caractéristiques des gouttes rebondissantes : ce sont des sources mobiles d'ondes de surface. Leurs interactions, qui sont portées par les ondes qu'elles génèrent, dépendent donc de leur nature. Ces ondes sont à une fréquence fixée par le rebond des gouttes. Leur longueur d'amortissement dépend de la viscosité du liquide, du diamètre D des gouttes et de γ_m/g . Nous avons observé trois différents types de situations, correspondant chacune à une excitation différentes des ondes par la goutte :

1. Lorsque la viscosité domine, les ondes sont entièrement amorties et nous observons la formation d'agrégats compacts.
2. Lorsque des ondes de surface sont générées par des gouttes rebondissant à la fréquence de forçage, ou avec un doublement de période, les gouttes vont se stabiliser à une distance bien définie les unes des autres. Les gouttes s'arrangent spontanément pour former un réseau cristallin à 2D.
3. Les marcheurs, émettent des ondes à la fréquence de Faraday et interagissent au travers des interférences de ces ondes de surface. Les gouttes vont alors avoir des comportements dynamiques tels que mouvements orbitaux ou trajectoires chaotiques.

5.1.1 Agrégats compacts

Le premier type de phénomène est observé sur les fluides très visqueux, ($\mu_L > 10^{-1}$ Pa.s), étudiés précédemment par Y. Couder *et al.* ([15]). On l'a aussi observé en faisant des expériences avec des liquides moins visqueux ($\mu_L = 50.10^{-3}$ Pa.s) avec des grosses gouttes ($D > 1.2$ mm) qui atteignent tout juste le seuil d'existence et parviennent avec peine à se décoller de la surface (voir diagramme de phase, figure 3.8).

Pour les fluides très visqueux, chaque goutte, en entrant en contact avec la surface, la déforme en une petite dépression. On observe que, lorsque la goutte est en l'air, cette dépression relaxe lentement avant d'être de nouveau amplifiée au choc suivant. Dans cette situation, lorsque deux de ces gouttes se trouvent à la surface du liquide dans la cellule, on observe qu'elles dérivent lentement l'une vers l'autre. Finalement elles arrivent en contact apparent. Cependant on observe qu'elles ne coalescent pas, ce qui signifie qu'un film d'air les sépare encore. C'est ce que décrit le schéma 5.1 (a). Cette interaction attractive est analogue à celle de petits objets flottants. Celle ci a été étudiée en détail par [9, 49, 30, 71]. Ces auteurs ont montré que ces petits objets flottants et denses créent autour d'eux un petit ménisque formant une dépression de la surface. L'interaction vient du fait que le système cherche à minimiser la déformation de l'interface en condensant les deux dépressions en une seule. C'est cette même interaction qui fait que les creux formés ici dérivent l'un vers l'autre. Les deux gouttes, suivant adiabatiquement la dérive des creux, vont se déplacer lentement l'une vers l'autre. Plus la déformation créée par la particule est grande, plus l'interaction entre les particules sera grande.

Si N gouttes sont déposées dans la cellules, elles vont progressivement se "condenser" pour finalement former un "radeau" stable de gouttes de maille triangulaire compact, comme on peut le voir sur la figure 5.2. Signalons qu'on ne peut pas dans ce système faire de trop gros agrégats ($N < 12$) car alors la déformation globale de l'interface devient trop grande et conduit à ce que les gouttes centrales soient soumise à une "pression" latérale qui les fait coalescer.

5.1.2 Etats liés et cristaux de gouttes

Assemblage de gouttes effectuant un rebond simple

Toujours dans la région B du diagramme de phase 3.8, pour des gouttes plus petites ou des forçages supérieurs γ_m/g , l'auto-assemblage des gouttes va changer. Deux gouttes rebondissantes identiques vont toujours dériver l'une vers l'autre mais elles vont cette fois s'arrêter à une distance finie d_0^{bd} l'une de l'autre, distance à laquelle les deux gouttes vont rester liées. Si deux gouttes s'étaient auparavant "condensées" proche l'une de l'autre, elles vont se repousser lorsqu'on augmente γ_m/g jusqu'à se stabiliser à cette distance d_0^{bd} . On

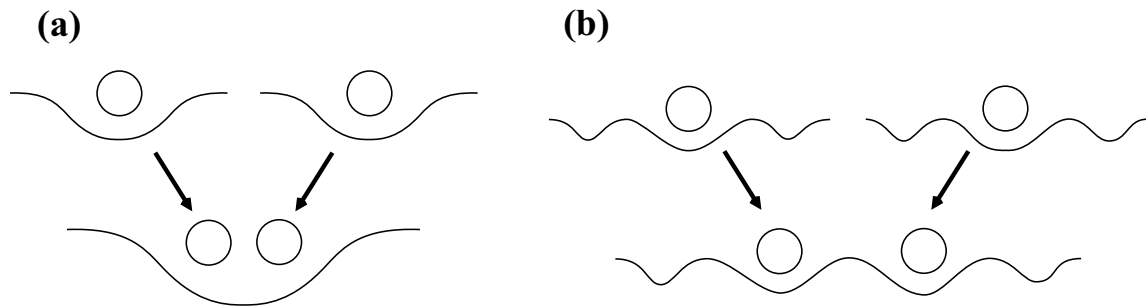


FIG. 5.1 – (a) Deux gouttes rebondissantes dans leur creux vont progressivement dériver l'une vers l'autre pour rebondir enfin ensemble dans le même creux. (b) Les deux gouttes émettent une onde de surface atténuée et vont dériver jusqu'à une distance finie d_0^{bd} . Les deux gouttes sont en un état lié.

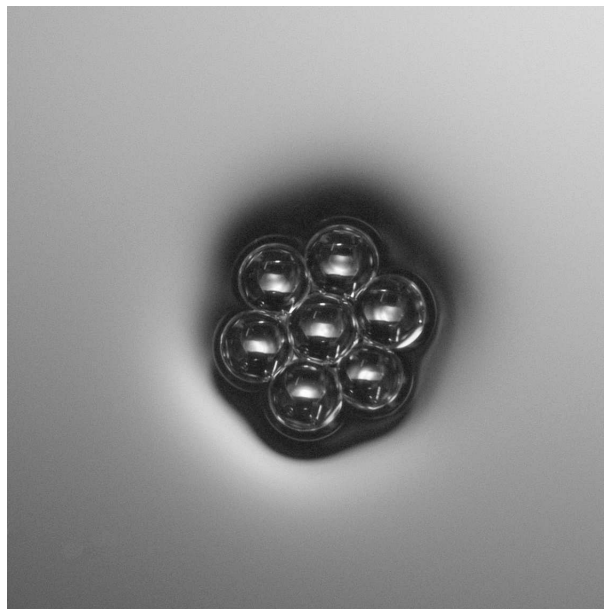


FIG. 5.2 – Agrégat compact de 7 grosses gouttes sur de l'huile très visqueuse. $D = 2$ mm, $f_0 = 30$ Hz et $\mu_L = 500.10^{-3}$ Pa.s.

examine l'aspect de la surface et on s'aperçoit que l'apparition de ce régime correspond à l'existence d'ondes de surface émises par chaque goutte (voir la figure 5.3). Chaque goutte, rebondit à la fréquence de forçage et l'onde qu'elle émet est atténuée. C'est cette onde qui crée une nouvelle interaction non-locale.

Quand on a atteint par auto-organisation une configuration stable, chaque goutte est dans une position telle que ses collisions successives avec l'interface n'engendrent plus aucun déplacement latéral. Dans cette région, on n'observera que la distance d_0^{bd} entre les gouttes. Cette longueur est inférieure à la longueur λ_0 , la longueur d'onde de l'onde de surface à la fréquence de forçage. D'une manière générale la goutte, au cours de son oscillation, est en contact avec l'interface durant un temps τ . Elle est immobile si, pendant ce temps τ , la surface sur laquelle elle rebondit est en moyenne horizontale. Lorsque trois gouttes se regroupent, elles forment un triangle équilatéral de côté d_0^{bd} . C'est le motif principal à partir duquel se fait l'auto-assemblage de plusieurs gouttes. On a ainsi une structure de type cristalline lorsque plusieurs gouttes se rapprochent les unes des autres. Les photos de la figure 5.3 montrent l'assemblage de sept gouttes en un cristal à deux dimensions.

Lorsque les gouttes liées sont de tailles différentes, on observe que l'agrégat qu'elles forment à un lent mouvement de dérive. La direction du mouvement se faisant du côté des gouttes les plus petites. Ceci peut se comprendre comme un effet de recul. Les ondes émises n'ont pas la même amplitude dans toutes les directions. Etant plus faibles du côté des petites gouttes, cela entraîne alors un déplacement spontané de tout l'agrégat à la surface du bain.

Auto-assemblage de gouttes effectuant un doublement de période

Lorsqu'on augmente le forçage, on observe la formation d'états liés plus variés, en triangles isocèles ou en rectangles, dans les deux cas constitués de gouttes séparées par deux distances caractéristiques différentes. Ceci se produit dans la région PDB du diagramme de phase (figure 3.8), où les deux gouttes effectuent un doublement de période. Dans ce régime les sauts successifs des gouttes ne sont pas égaux. Les gouttes excitent une superposition d'ondes à la fréquence f_0 et $f_0/2$. Cette dernière devient dominante au fur et à mesure que l'on augmente γ_m/g : les deux particules forment un état lié lorsqu'elles sont à la distance d_0^{bd} l'une de l'autre et vont s'éloigner légèrement l'une de l'autre pour se stabiliser à nouveau à la distance d_1^{bd} . Cette distance est un peu plus petite que la longueur d'onde de Faraday λ_F , longueur d'onde associée à la fréquence $f_0/2$. Nous avons observé d'autres états liés à une distance d_2^{bd} légèrement inférieure à $2\lambda_F$. Cependant, ce ne sont pas les seuls états possibles. Comme les gouttes effectuent un doublement de période, elles peuvent avoir deux phases différentes par rapport au forçage. Dans le cas où les plus grands sauts de chaque goutte sont effectués à des phases opposées, la distance d_n^{bd} observée entre les deux gouttes sera $(n + 1/2)\lambda_F$. La paire la plus proche correspond à $n = 0$.

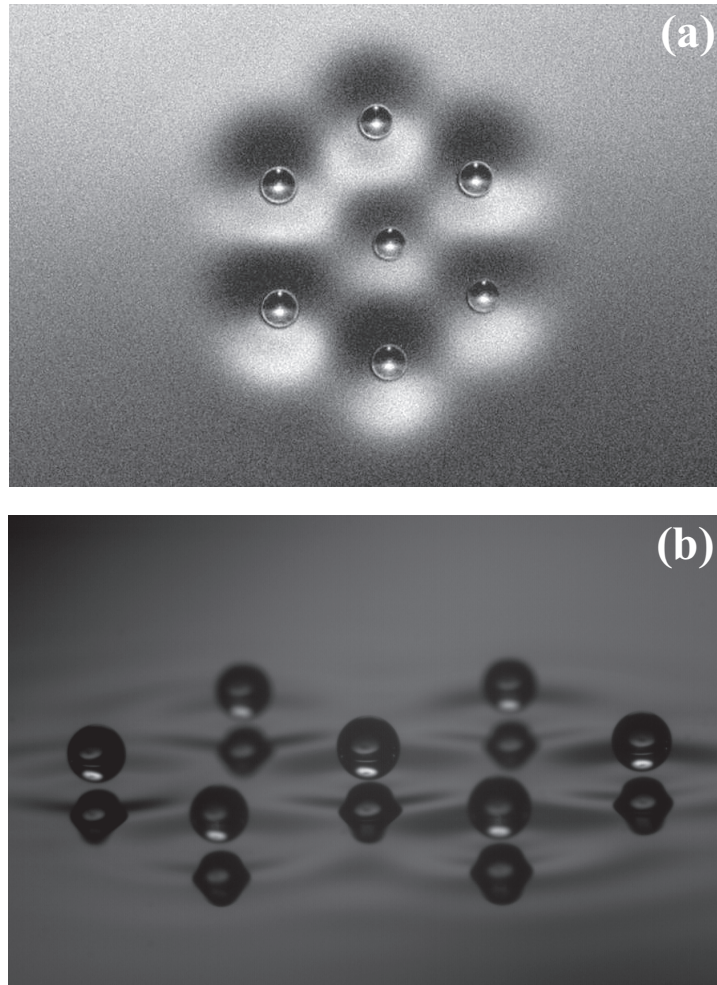


FIG. 5.3 – auto-organisation de 7 gouttes rebondissantes en un cristal de maille triangulaire. (a) Vue de dessus avec $d_0^{bd} = 2.5$ mm, $D = 0.66$ mm, $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 56$ Hz. (b) Vue de côté avec $\gamma_m/g = 3.3$, $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

5.2 Interactions de marcheurs

Nous allons maintenant étudier la situation où deux marcheurs identiques se déplacent à la surface de notre cellule. Chacun des deux marcheurs effectue un mouvement de billard et inévitablement ils vont se retrouver proches l'un de l'autre. Même si les deux gouttes elles-mêmes n'entrent jamais en contact direct, leur trajectoire se trouve altérée à chaque fois que les deux marcheurs passent à proximité l'un de l'autre. On appellera "collisions" ces interactions et on observe qu'il en existe deux types.

1. Dans certains cas, les deux gouttes vont effectuer une collision répulsive comme le montre la figure 5.4 (a). C'est le cas le plus simple. Chaque goutte, effectue alors une trajectoire hyperbolique et repart en moyenne avec une vitesse de même module qu'à son arrivée.
2. Dans les autres cas les deux gouttes sont attirées l'une par l'autre et effectuent alors une collision attractive. Une telle collision conduit souvent les deux gouttes à se mettre en orbite l'une autour de l'autre. C'est ce que l'on observe sur la figure 5.4 (b).

Ces deux types de collisions quand elles se produisent aléatoirement sont à peu près équiprobables. Pour comprendre mieux leur coexistence on peut tenter de les organiser. Pour cela on repousse deux marcheurs identiques dans deux des coins diagonalement opposés de la cellule avant de les relâcher simultanément. On obtient ainsi deux marcheurs de vitesse opposée sur des trajectoires approximativement parallèles qui vont entrer en collision à peu près au milieu de la cellule. Bien que leur contrôle soit difficile on peut ainsi obtenir des conditions initiales définies.

On obtient les trajectoires de la figure 5.4 en plaçant l'expérience dans le noir et en éclairant uniquement les gouttes sur le côté en lumière rasante. On utilise la méthode de détection décrite dans le chapitre 2. Ainsi, seules les gouttes sont éclairées. Comme celles-ci réfléchissent la lumière, les gouttes filmées ne sont plus que des points blancs lumineux. On filme alors les mouvements des gouttes en prenant une vue de dessus afin de bien voir toute la trajectoire avec une caméra numérique et on superpose les images successives. On obtient alors toute la trajectoire réelle des gouttes.

5.2.1 Collisions attractives : orbites

Deux marcheurs peuvent, au travers de leurs ondes, être attirés l'un par l'autre et se mettre alors en rotation sur la même orbite. Nous allons d'abord étudier ce type de collision.

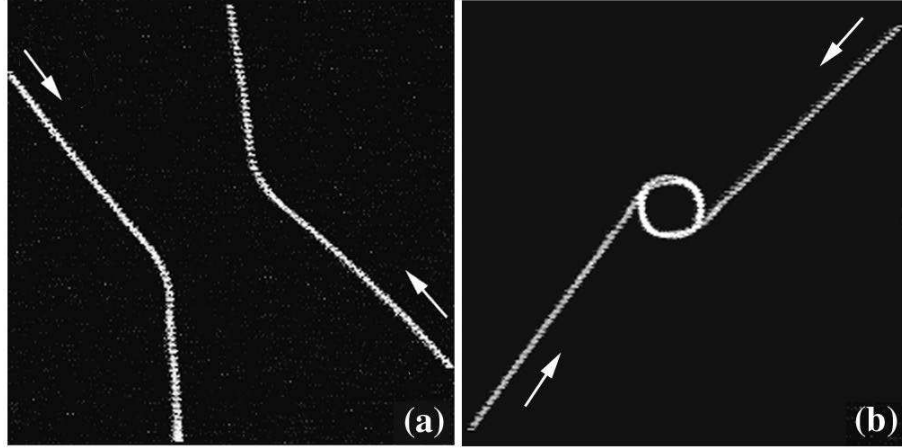


FIG. 5.4 – Exemple de deux types de collisions possibles de marcheurs identiques : (a) répulsive ($d_{min} = 9$ mm), ou attractive, conduisant à une mise en orbite des deux gouttes ($d_{orb} = 6$ mm). (b). Trajectoires obtenues en superposant les images successives. $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz

Description

Les paires en orbite forment une association de marcheurs stable et bien définie, comme le montre le schéma de la figure 5.5. Il existe deux moyens d'obtenir de tels marcheurs en orbite. Deux marcheurs se déplacent à la surface du liquide et peuvent éventuellement, lorsqu'ils se rencontrent s'attirer pour se mettre en orbite. Mais on peut également les obtenir directement. On se place initialement dans la région PDB du diagramme de phase (figure 3.8) et on attend que deux gouttes identiques forment un état lié stable et stationnaire. Si alors on augmente l'accélération γ_m et pour entrer dans la région W du diagramme de phase, on observe spontanément la mise en rotation orbitale de la paire de gouttes.

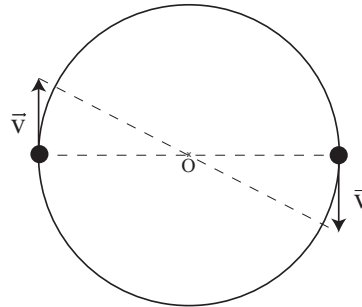


FIG. 5.5 – Schéma montrant le mouvement de deux marcheurs identiques de masse m en rotation autour de leur centre de masse O à la vitesse $\vec{v}$. La distance entre les deux gouttes est d_n^{orb} .

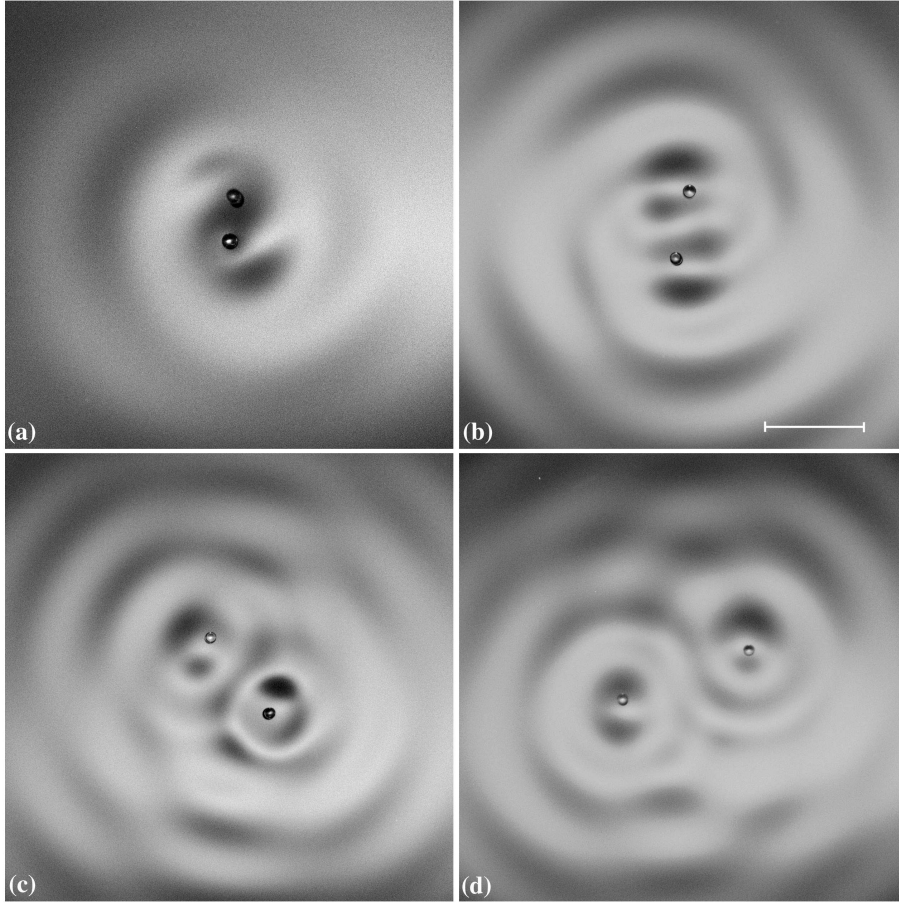


FIG. 5.6 – 4 photos montrant les premiers modes orbitaux de deux marcheurs identiques à la surface du liquide, vue de dessus. En (a) et (c) les deux gouttes rebondissent en opposition de phase. En (b) et (d), les deux gouttes sont en phase. Les photos sont prises au moment où les gouttes atterrissent sur la pente de l'onde formée par l'autre goutte à son rebond précédent. (a) $n = 0.5$ avec $d_{0.5}^{orb} = 1.65$ mm, $n = 1$ avec $d_1^{orb} = 3.7$ mm, $n = 1.5$ avec $d_{1.5}^{orb} = 5.9$ mm et $n = 2$ avec $d_2^{orb} = 18.4$ mm. $D = 0.7$ mm, $\gamma_m/g = 3.9$, $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

Comme les temps de vie des gouttes rebondissantes sont très longs, on peut les manipuler à loisir. Après avoir choisi deux gouttes de taille identique, on passe dans la région W du diagramme de phase. Elles effectuent alors des collisions qui les conduisent finalement à se mettre en orbite l'une autour de l'autre. Leur mouvement orbital est semblable à celui d'une étoile double (symétrique autour de leur centre de masse). Ce mouvement est stable. S'il n'est pas perturbé, il peut durer un temps illimité. Si on dissocie artificiellement la paire en rotation, les collisions ultérieures conduiront les deux gouttes à avoir un nouveau mouvement orbital qui peut être soit identique au précédent, soit correspondre à un diamètre d'orbite différent. La figure 5.6 montre la collection de toutes les orbites de deux mêmes gouttes en

ordre de diamètres croissants. On mesure tous ces diamètres d_n^{orb} et on trouve que ces distances ne peuvent prendre qu'une série de valeurs discrètes.

Il faut aussi se souvenir que la fréquence à laquelle rebondissent les marcheurs est la moitié de la fréquence de forçage. Deux marcheurs identiques peuvent donc rebondir en phase ou en opposition de phase. Les orbites accessibles dans les deux cas sont différentes. Sur les photos (a) et (c) de la figure 5.6 les deux gouttes sont en opposition de phase tandis que sur les photos (b) et (d) les deux gouttes sont en phase. L'orbite ayant le plus petit diamètre correspond à deux gouttes rebondissant en opposition de phase. Elle est montrée en perspective sur la figure 5.7. Les phases d'oscillation de deux marcheurs sont en général stables. Elles ne changent que lors de collisions brutales. On peut aussi obtenir ce changement artificiellement en diminuant γ_m pour se retrouver dans la région B du diagramme de phase (figure 3.8). Quand on revient dans la région W les deux gouttes choisissent de nouveau aléatoirement leur phase par rapport au forçage.

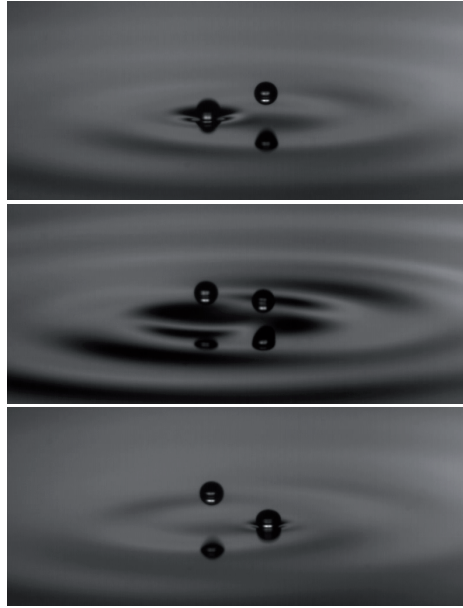


FIG. 5.7 – Trois photos montrant deux marcheurs identiques orbitant en opposition de phase. Vue de profil. $n = 0.5$, $D = 0.8$ mm, $\gamma_m/g = 3.7$, $f_0 = 80$ Hz, $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s

Le diamètre d_n^{orb} mesuré des orbites ne prend que des valeurs discrètes. Ces valeurs sont directement liées à la longueur d'onde de Faraday λ_F :

$$d_n^{orb} = (n - \epsilon_0)\lambda_F, \quad (5.1)$$

où n sont, pour des marcheurs rebondissants en phase, les entiers successifs $n = 1, n = 2,$

$n = 3, \dots$ et lorsque les marcheurs rebondissent en opposition de phase, n prendra les valeurs successives $n = 1/2, n = 3/2, n = 5/2, \dots$. Ces valeurs sont décalées d'une valeur ϵ_0 pour toutes les orbites des deux mêmes marcheurs, comme on peut le voir sur la figure 5.8, où les diamètres adimensionnés des orbites d_n^{orb}/λ_F sont représentés en fonction de leur ordre n .

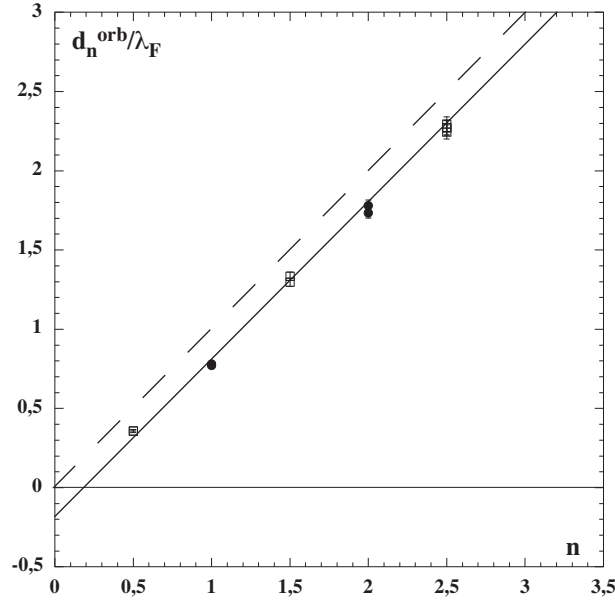


FIG. 5.8 – Diamètres mesurés d_n^{orb} des orbites de deux marcheurs en fonction de leur ordre n . Le graphe est le rapport d_n^{orb}/λ_F avec $\lambda_F = 4.53$ mm, la longueur d'onde des ondes de surface à la fréquence de Faraday. Les carrés correspondent aux gouttes en phase, les losanges aux gouttes en opposition de phase. La ligne continue est l'extrapolation linéaire à zéro du meilleur fit. Elle donne la valeur de ϵ_0 . $D = 0.7$ mm, $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

Pour les valeurs expérimentales de la figure 5.8 (*i.e.*, $D = 0.7$ mm, $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz et $\gamma_m/g = 3.9$), on trouve $\epsilon_0 = 0.2 \pm 0.05$. Pour d'autres paires de marcheurs identiques, nous avons observé des valeurs légèrement différentes de ϵ_0 mais toujours d'ordre de grandeur : $0.15 < \epsilon_0 < 0.35$.

Epsilon. On peut comprendre intuitivement l'origine de cet ϵ_0 en observant les films de deux gouttes en orbite obtenus avec la caméra rapide. Les figures 5.6 (b) et (d) montrent la situation au moment précis où deux gouttes oscillant en phase entrent en collision avec la surface. On observe que le choc de chacune se produit sur le front avant d'une protubérance qui est le centre des ondes résultant de ses chocs précédents. C'est pourquoi chacune des gouttes en orbite reste un marcheur ayant une vitesse tangentielle proche de celle qu'il avait comme marcheur isolé (voir plus loin). On voit également que chaque goutte retombe sur la pente d'une onde circulaire générée par l'autre goutte. Ce choc se produit sur le bord interne

de cette onde circulaire de telle manière qu'il génère une impulsion dirigée vers l'aure goutte. C'est cette force attractive qui permet le mouvement de rotation. On verra dans la suite que c'est la valeur de ϵ_0 qui contrôle cette force attractive.

Afin de déterminer la gamme de valeur que peut prendre ϵ_0 nous avons effectué l'expérience suivante : on place deux gouttes sur une orbite bien définie $n = 1$ et on augmente progressivement l'amplitude du forçage. Comme on a défini ϵ_0 tel que $d_n^{orb} = (n - \epsilon_0)\lambda_F$, on peut mesurer la distance entre les gouttes en fonction de l'accélération γ_m/g apportée au bain et en déduire alors la valeur de ϵ_0 . Lorsqu'on effectue cette expérience, on peut alors tracer ϵ_0 en fonction de l'accélération γ_m/g pour une valeur donnée de n (pour $n = 1$ sur la figure 5.9).

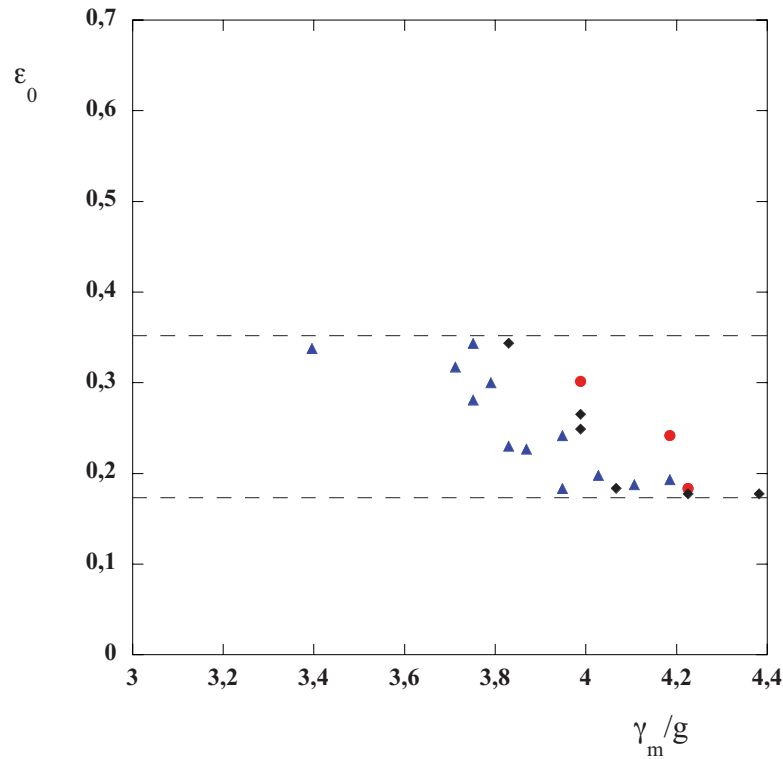


FIG. 5.9 – ϵ_0 en fonction de l'accélération apportée à la goutte. $f_0 = 50$ Hz, $\mu_L = 50 \cdot 10^{-3}$ Pa.s. Dans le cas où $n = 1$ seulement. cercles : $D = 0.5$ mm, triangles : $D = 0.65$ mm, losanges : $D = 0.67$ mm.

Tout d'abord on peut observer de manière générale que ϵ_0 diminue quand γ_m/g augmente, *i.e.*, la distance entre les gouttes augmente quand on augmente l'accélération. Remarquons aussi que ϵ_0 existe pour des valeurs entre $0.18 < \epsilon_0 < 0.35$ et qu'il tend vers 0.18 quand l'amplitude des oscillations augmente.

Au-delà de cette valeur on observe que le mouvement orbital de gouttes rapides devient instable et que les deux gouttes s'échappent et redeviennent des marcheurs indépendants. Nous

avons vu que lorsqu'on augmente l'amplitude des oscillations, la vitesse des gouttes augmente qu'elles soient isolées ou en orbite. Dans ce dernier cas, ceci signifie une augmentation de la pseudo-force centrifuge qui doit être compensée par une égale augmentation de l'impulsion centripète. On trouve donc que la nouvelle position stable se trouve déplacée vers de plus faibles valeurs de ϵ_0 . Ceci peut paraître surprenant puisque la pente sur laquelle va retomber la goutte semble plus faible si ϵ_0 tend vers zéro. On expliquera cet effet plus loin.

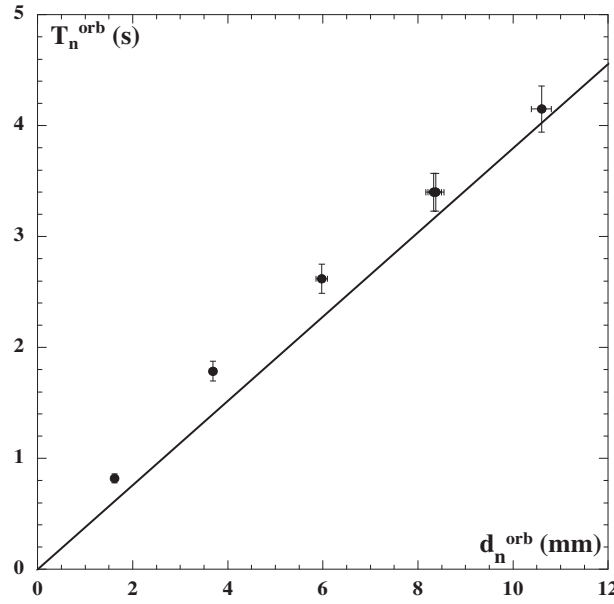


FIG. 5.10 – Période des orbites T_n^{orb} en fonction de la distance d_n^{orb} entre les deux gouttes identiques en rotation de la figure 5.8. La ligne correspond à la période qu'on observerait si les marcheurs maintenaient leur vitesse de marcheurs "libres" lorsqu'ils sont en orbite.

Vitesse des gouttes en orbite. Sur la figure 5.10 la période T_n^{orb} du mouvement en orbite des marcheurs est proportionnelle au diamètre des orbites d_n^{orb} . Toutefois, remarquons que lorsque les deux marcheurs sont sur l'orbite la plus petite (*i.e.*, $d_n^{\text{orb}} \approx 1.75$ mm, $n = 0.5$), leur vitesse sera légèrement plus petite que lorsqu'ils sont sur l'orbite la plus grande. Lorsque les deux gouttes sont le plus éloignées, la vitesse de chacun des marcheurs liés en orbite est à peu près la même que la vitesse V_w qu'ils auraient s'ils étaient libres chacun dans la cellule. Ainsi, la vitesse de deux marcheurs en orbite dépend légèrement de leur interaction. On mesure donc la vitesse de deux gouttes identiques sur chacune de ses orbites possibles.

Sur la figure 5.11, on voit que les deux gouttes en orbite tendent vers la vitesse qu'elles auraient en tant que marcheur seul. Mais on peut voir également que chacune des gouttes est en fait légèrement ralentie par l'autre. Lorsque les deux gouttes sont au plus près, la vitesse est nettement plus petite que celle que les deux gouttes auraient en tant que marcheur seul.

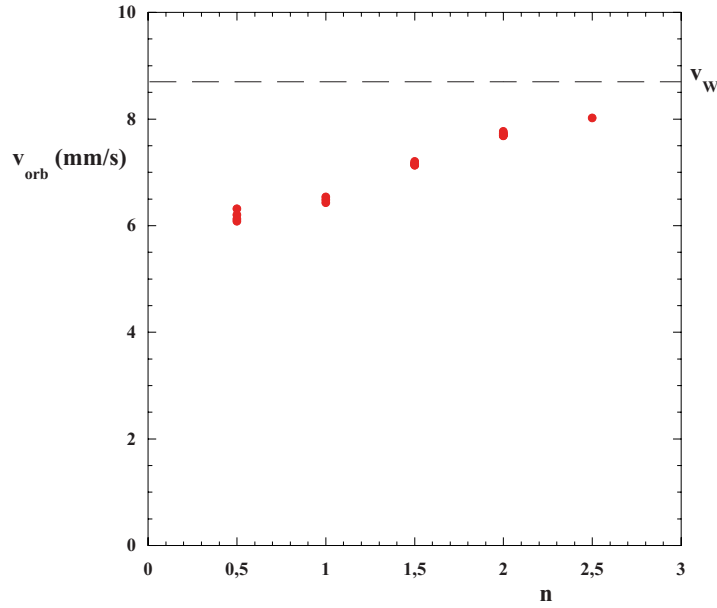


FIG. 5.11 – Vitesse des deux gouttes en orbite en fonction du paramètre d'ordre n (les orbites successives sur lesquelles les deux gouttes se placent). En pointillé, la vitesse des gouttes en tant que marcheur seul (*i.e.*, lorsqu'elles ne sont pas en orbite mais marchent au travers de la cellule V_w . $f_0 = 80$ Hz, $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s.

Plus les deux gouttes sont proches, plus chacune retombe sur une onde qui est la superposition de sa propre onde mais aussi de l'onde de l'autre goutte. Ainsi, lorsque les deux gouttes sont assez éloignées, la goutte sentira tout juste suffisamment l'onde de l'autre goutte pour qu'elle puisse rester en orbite.

Deux marcheurs différents, qui ont donc des vitesses V_w différentes, peuvent également entrer en collision et se mettre en orbite comme nous le verrons en détail dans le chapitre suivant.

5.2.2 Collisions répulsives

Comme on l'a vu, deux marcheurs peuvent aussi, au cours de leur collision, être repoussés l'un par l'autre. S'ils ont initialement des vitesses opposées, on peut définir le paramètre d'impact de leur collision par la distance a des droites parallèles qu'ils suivent initialement. On observe (figure 5.12) que les deux gouttes suivent des trajectoires à peu près hyperboliques et on appelle d_{min} la distance minimale atteinte par les gouttes au cours de leur collision. Après la collision, les deux marcheurs recouvrent une trajectoire rectiligne et leur vitesse propre de marcheur libre. Cette "conservation" est simplement due à l'entretien du système.

Idéalement aurait fallu organiser avec les mêmes marcheurs des collisions en faisant va-

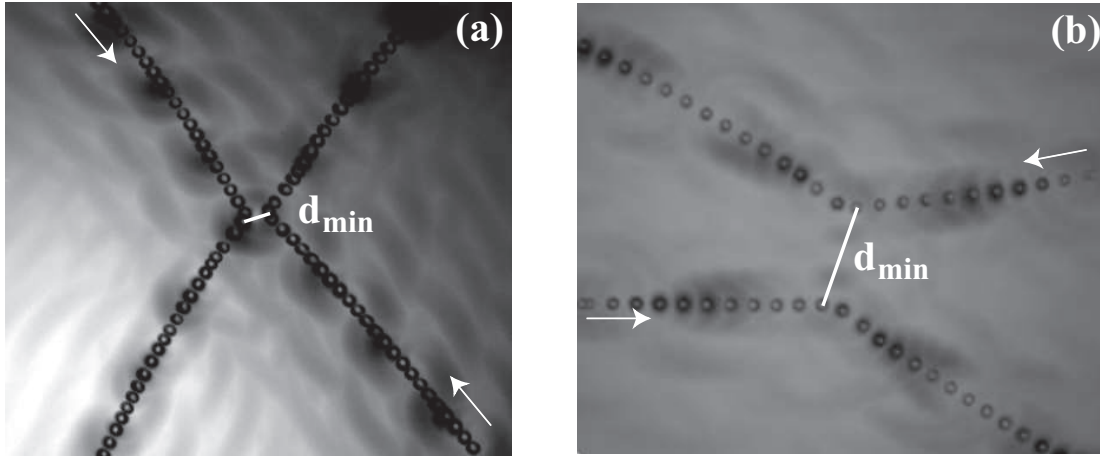


FIG. 5.12 – Deux gouttes identiques se déplacent l’une vers l’autre jusqu’à atteindre la distance d_{min} où elles vont se repousser et s’éloigner alors l’une de l’autre à vitesse constante. On peut voir que l’interaction de deux marcheurs rapides (a) est différente de celle pour deux marcheurs lents (b). (a) vitesse des marcheurs : $V_w = 12$ mm/s, (b) $V_w = 7$ mm/s. $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s. $f_0 = 80$ Hz.

rier continûment le paramètre d’impact. Toutefois il est difficile de forcer des trajectoires strictement parallèles. Nous nous sommes limités ici, en organisant de multiples collisions à mesurer les distances minimum d_{min} d’approches pour une grande variété de cas. Celles-ci sont les distances minimales d’approche d_{min} pour les collisions répulsives et les diamètres des orbites d_n^{orb} pour les collisions attractives. Les résultats sont alors collectés sur le même diagramme, les distances étant rapportées à la longueur d’onde de Faraday. Comme pour les orbites, les distances observées sont différentes selon que les deux marcheurs oscillent en phase ou en opposition de phase. Sur la figure 5.13 on remarque en (b) les résultats pour des gouttes oscillant en phase. On constate que les distances minimum d’approche dans les collisions répulsives n’existent que dans des intervalles finis entre les valeurs d_n^{orb} . En (a), où sont reportés les résultats correspondant à deux gouttes en opposition de phase, on retrouve la même caractéristique, toutes les valeurs étant décalées de $\lambda_F/2$.

On retrouvera l’oscillation spatiale de l’interaction en utilisant une variante du modèle théorique. Il y sera plus facile de faire varier continûment les paramètres de chocs.

5.3 Modélisation

Comme nous l’avons vu précédemment, le mouvement d’un marcheur est lié à l’interaction entre la goutte et sa propre onde. Mais en fait, cela va plus loin : le mouvement de la goutte est non seulement couplé à celui de sa propre onde mais aussi à celui de toute autre onde qui

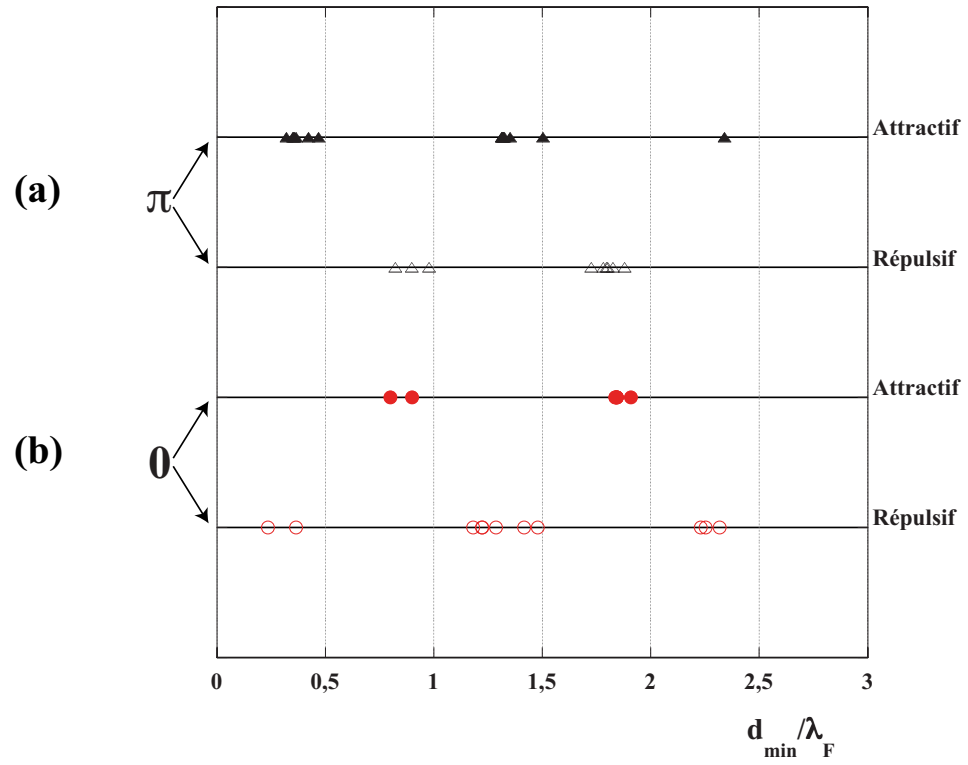


FIG. 5.13 – (a) Distance minimum $d_{\min}$ entre deux gouttes entrant en collision (attractive ou répulsive) lorsqu'elles rebondissent en opposition de phase. (b) Distance minimum $d_{\min}$ entre deux gouttes entrant en collision (attractive ou répulsive) lorsqu'elles rebondissent en phase. $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s. $f_0 = 80$ Hz.

pourrait perturber la surface de la région où rebondit la goutte. Lorsque plusieurs marcheurs sont présents dans la cellule, la trajectoire d'un d'eux sera déviée dès que les ondes d'une autre source se superposent aux siennes là où la goutte rebondit. C'est ce qui crée une source d'interaction non locale qui peut alors être attractive ou répulsive selon la distance. Les collisions entre marcheurs sont différentes de celles que l'on peut observer entre des particules quasi-ponctuelles car elles concernent l'interférence de deux champs d'ondes qui sont en plus altérés à chaque nouveau rebond des gouttes. Comme on peut faire varier l'extension des ondes formées autour des marcheurs (comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent), cela permet de choisir jusqu'à quelle distance on veut que les gouttes puissent interagir.

5.3.1 Mise en équation de l'interaction de deux marcheurs

Le mouvement horizontal de deux marcheurs de masse m_1 et m_2 peut donc être modélisé en généralisant l'équation 4.1. Pour ce faire, on doit lui ajouter un terme d'interaction entre les deux gouttes à la distance $d_n^{orb} = \|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|$. On a alors deux équations couplées qui, comme précédemment, décrivent respectivement le mouvement horizontal de chaque goutte moyenné sur une période de Faraday T_F , la période du mouvement vertical des marcheurs :

$$\begin{cases} m_1 \dot{\vec{r}}_1 = F_1^b \sin\left(2\pi \frac{\|\dot{\vec{r}}_1\|}{V_\phi}\right) \frac{\dot{\vec{r}}_1}{\|\dot{\vec{r}}_1\|} + \alpha \mathbf{F}_{2 \rightarrow 1}^b \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{(\|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|)^{3/2}} \sin(\mathbf{k}_f \|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|) - f_1^V \dot{\vec{r}}_1 \\ m_2 \dot{\vec{r}}_2 = F_2^b \sin\left(2\pi \frac{\|\dot{\vec{r}}_2\|}{V_\phi}\right) \frac{\dot{\vec{r}}_2}{\|\dot{\vec{r}}_2\|} + \alpha \mathbf{F}_{1 \rightarrow 2}^b \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{(\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|)^{3/2}} \sin(\mathbf{k}_f \|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|) - f_2^V \dot{\vec{r}}_2. \end{cases} \quad (5.2)$$

Le second terme de l'équation 5.2, en gras, prend en compte l'interaction de chaque goutte avec l'onde formée par l'autre goutte. Les paramètres F_1^b , F_2^b , $F_{1 \rightarrow 2}^b$ et $F_{2 \rightarrow 1}^b$ peuvent être obtenus comme nous l'avons vu précédemment pour le terme F^b de l'équation 4.1. Les paramètres de la première (respectivement deuxième) équation sont proportionnels à m_1 (respectivement m_2). La force d'interaction $F_{1 \rightarrow 2}^b$ ($F_{2 \rightarrow 1}^b$) est proportionnelle à l'amplitude de l'onde émise par la deuxième (première) goutte. Tous ces paramètres ont le même ordre de grandeur. Lorsque les deux gouttes sont identiques, $F_1^b = F_2^b = F_{1 \rightarrow 2}^b = F_{2 \rightarrow 1}^b = F^b$. Le paramètre α (une longueur) prend en compte quant à lui deux effets :

- les ondes émises par les deux gouttes sont, en première approximation, circulaires. Si on néglige l'amortissement des ondes, leur amplitude diminue radialement comme : $1/\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|$.
- En dessous du seuil d'instabilité de Faraday, l'amplitude des ondes décroît en fait plus vite que $1/\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|$. En effet la décroissance de l'amplitude des ondes dépend en fait de l'équilibre entre l'amortissement des ondes lui-même et leur forçage du au mouvement oscillant imposé par le plateau. La forme exacte de α devrait être

$\alpha = \alpha_0 \exp(-\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|/\Lambda)$ où la longueur caractéristique Λ ($\Lambda \gg \lambda_F$) est une fonction de la distance au seuil d'instabilité de Faraday.

Les équations 5.2 sont écrites pour deux gouttes rebondissantes en phase. Le mouvement de gouttes rebondissantes en opposition de phase peut être modélisé simplement en changeant le signe des coefficients d'interaction, ce qui correspond à un changement de phase de π . Si on choisit ensuite les bonnes conditions initiales (nous détaillerons cela dans un paragraphe suivant) et qu'on intègre numériquement ces équations différentielles on trouve des trajectoires similaires aux trajectoires observées dans les expériences. Un premier essai a consisté à reproduire les collisions expérimentales de la figure 5.4 (a) et (b). Avec des coefficients estimés à partir des mesures et des conditions initiales bien choisies on retrouve très bien les trajectoires expérimentales (figure 5.14).

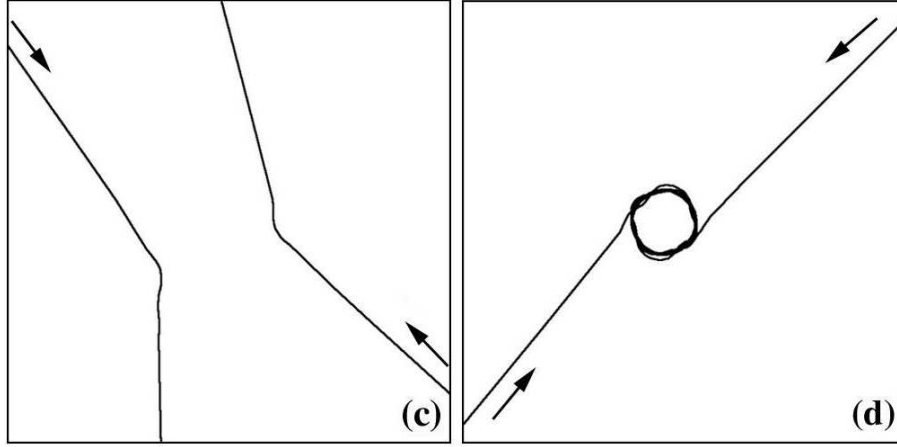


FIG. 5.14 – Collisions répulsives (c) et attractives (d) obtenues grâce au modèle théorique en intégrant numériquement les équations 5.2. Les coefficients sont estimés à partir des mesures expérimentales et les conditions initiales ont été choisies afin de retrouver les trajectoires expérimentales de la figure 5.4 (a) et (b).

5.3.2 Simulations numériques des collisions et rôle du paramètre d'impact

Comme nous l'avons dit précédemment, les conditions initiales vont déterminer le type de collision qui sera engendré entre les gouttes. Ainsi, en faisant varier le paramètre d'impact a (voir figure 5.15), on va maintenant pouvoir étudier systématiquement cette dépendance. L'expérience numérique est la suivante. On choisit deux gouttes identiques, c'est-à-dire ayant la même vitesse et la même masse. On a alors comme coefficients numériques $F_1^b = F_2^b = F_{1 \rightarrow 2}^b = F_{2 \rightarrow 1}^b = F^b$. On les détermine afin que la vitesse des marcheurs soit très rapide, et corresponde à $V_w = 0.3V_\phi^F$ (voir graphe 4.14 (b), chapitre 3). On place ces deux gouttes à

une distance telle que les ondes qu'elles génèrent ne puissent pas interférer : $14\lambda_F$. On les envoie alors l'une vers l'autre comme le montre les schémas de la figure 5.15, en augmentant progressivement la distance a entre les deux gouttes.

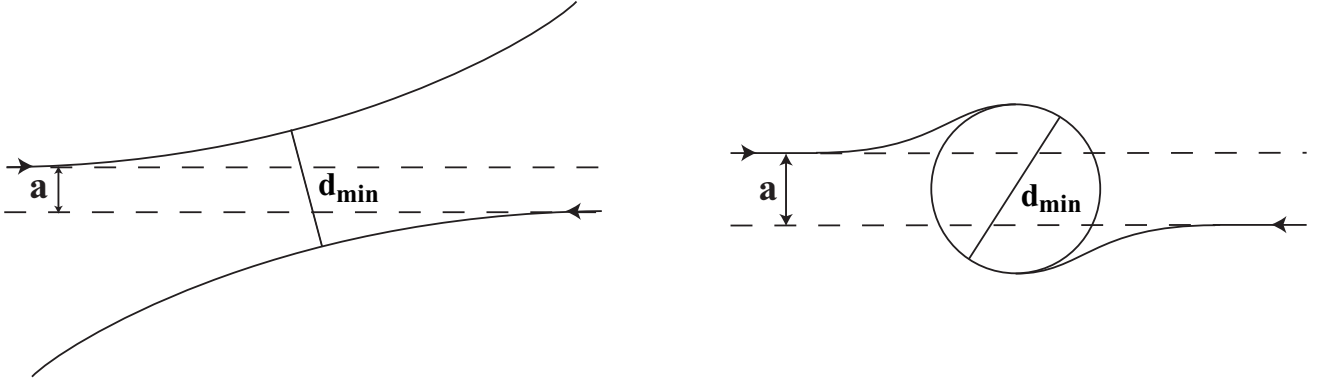


FIG. 5.15 – Lorsqu'on change les conditions initiales (*i.e.*, on augmente la distance a progressivement par exemple) on peut obtenir une succession de collisions répulsives (a) puis attractives (b). d_{min} est la distance minimum d'approche entre les deux gouttes au cours de leur collision.

La distance a correspond à la distance minimum entre les deux gouttes si elles n'étaient pas déviées par leur interaction. On résout alors numériquement le couple d'équations différentielles 5.2 afin d'obtenir les trajectoires complètes des deux gouttes et de déterminer le type d'interaction et la distance d_{min} .

Nous avons donc choisi en augmentant progressivement le paramètre d'impact d'étudier systématiquement son effet sur les types de collisions possibles. Le couple d'équations différentielles 5.2 est écrit pour deux gouttes en phase.

La figure 5.16 montre les différents types de choc observés en augmentant progressivement le paramètre d'impact a . Lorsque le paramètre d'impact a croît, il en est de même de la distance d'approche minimale. Notons que celle ci est toujours supérieure à a . On observe aussi une succession régulière de trajectoires répulsives (figure 5.16 (a), (c), (e), (f) et (h)) et de trajectoires attractives avec mise en orbite (figure 5.16 (b), (d) et (g)).

La figure 5.17 montre que les distances minimales d'approches sont différentes dans les deux cas. Alors qu'elles croissent continuellement pour les collisions répulsives, les orbites correspondent à des accrochages et leur diamètre est indépendant de la valeur exacte du paramètre d'impact qui leur a donné naissance. Ainsi, comme observé expérimentalement, les deux gouttes vont se mettre en orbite sur une série de valeurs discrètes.

On peut ensuite, comme nous l'avons fait expérimentalement, mesurer le diamètre de ces orbites d_n^{orb} en fonction de leur ordre n (figure 5.18). On trouve qu'ils peuvent tous se mettre

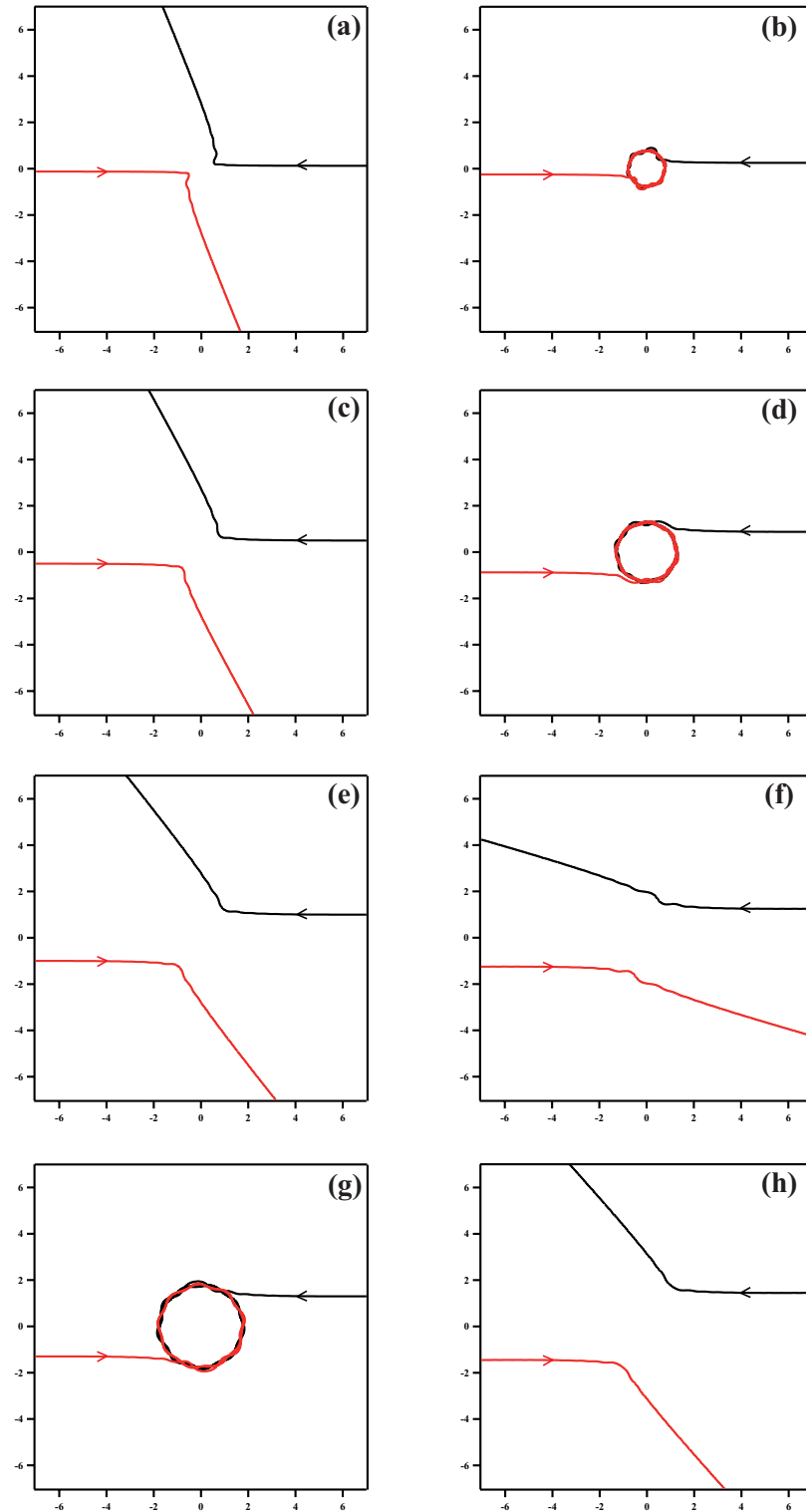


FIG. 5.16 – Collisions en augmentant le paramètre d'impact (unités : λ). (a) $a = 0.25$, (b) $a = 0.5$, (c) $a = 1$, (d) $a = 1.75$, (e) $a = 2$, (f) $a = 2.5$, (g) $a = 2.6$ et (h) $a = 2.9$.

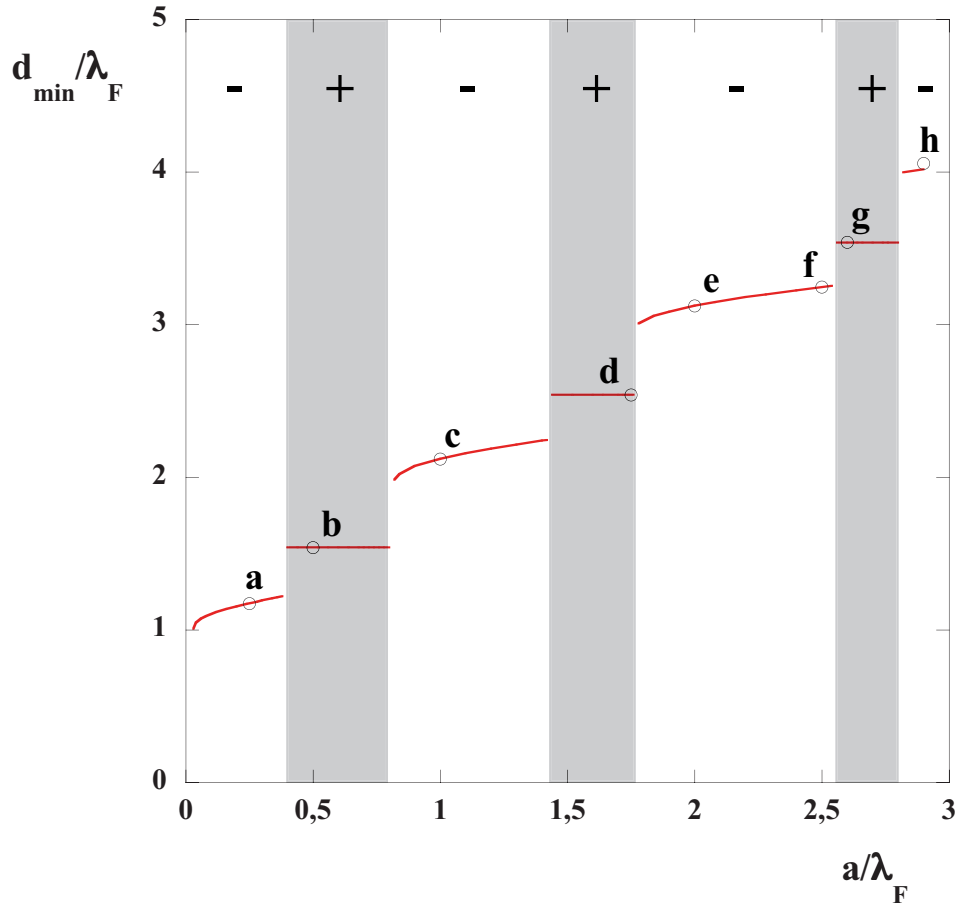


FIG. 5.17 – Distance minimum $d_{\min}$ entre deux gouttes en fonction du paramètre d'impact a . Les deux gouttes sont en phase ($\phi = 0$). Collisions attractives (*i.e.*, mise en orbite) (+) et collisions répulsives (-). Les points (a), (b), (c), (d), (e), (f), (g) et (h) correspondent respectivement aux trajectoires de la figure 5.16 (a), (b), (c), (d), (e), (f), (g) et (h).

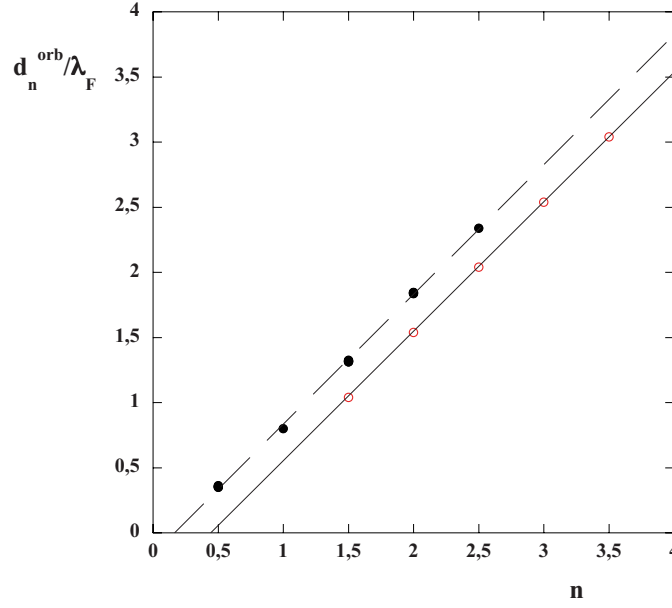


FIG. 5.18 – Diamètre des orbites d_n^{orb} en fonction du paramètre d'ordre n . Les cercles sont les orbites numériques avec les paramètres numériques $a = 0.9$ et $c = 2.3$. Les ronds sont ceux mesurés expérimentalement. $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

(comme dans l'expérience) sous la forme :

$$d_n^{orb} = (n - \epsilon_0^{num})\lambda_F.$$

Pour les vitesses de marcheurs choisies (ici $V_w = 0.3V_\phi^F$) on voit sur la figure 5.17 que la plus petite orbite observée correspond à $n = 2$ et que les collisions à ces vitesses ne permettent donc pas "d'accrocher" l'orbite la plus serrée.

Le modèle permet aussi de traiter les collisions de gouttes en opposition de phase. Il faut simplement changer le signe des coefficients d'interaction, ce qui correspond à un déphasage de π . Sur le graphe de la figure 5.19 nous avons reporté les distances minimales d'approches observées en fonction du paramètre d'impact imposé, mais cette fois pour des gouttes oscillant en opposition de phase. On trouve pour ces collisions le même type d'alternance de collisions répulsives et attractives mais systématiquement décalées. Les diamètres des orbites sont maintenant de la forme :

$$d_n^{orb} = (n + 1/2 - \epsilon_0^{num})\lambda_F,$$

On peut noter qu'ici aussi les orbites les plus serrées ne sont pas observées.

Enfin il existe une différence importante entre les résultats théoriques et les résultats numériques. En effet, le décalage numérique est de l'ordre de $\epsilon_0^{num} = 0.45$, valeur différente

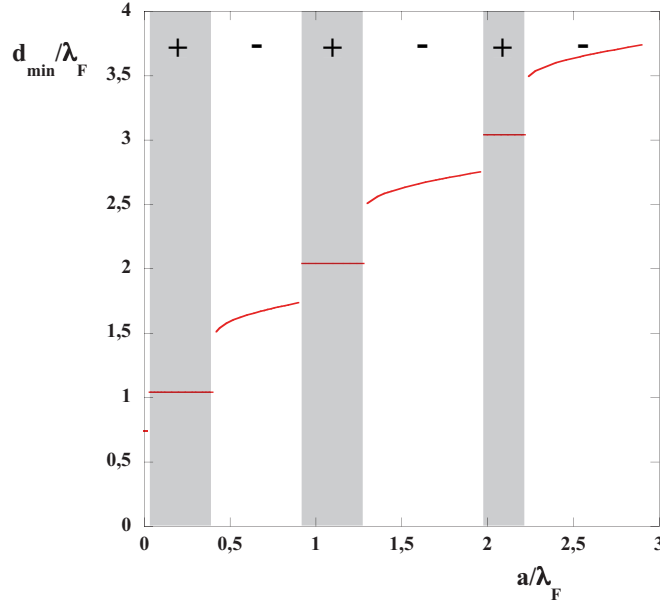


FIG. 5.19 – Distance minimum d_{min} entre deux gouttes en fonction du paramètre d'impact a . $V_w/V_\phi^F = 0.3$ Les deux gouttes sont en opposition de phase ($\phi = \pi/2$).

de celle mesurée expérimentalement (pour les expériences $d_n^{orb} = (n - \epsilon_0)\lambda_F$ avec $\epsilon_0 < 0.2$). Nous essaierons dans le paragraphe suivant de comprendre ce décalage entre les deux résultats mais aussi en quoi le comportement général des deux gouttes est tout de même bien reproduit grâce aux équations du modèle.

Remarquons sur les figures 5.17 et 5.19 qu'il existe des valeurs interdites de d_{min} . Elles sont la marque de l'accrochage sur les orbites de diamètres parfaitement déterminé.

Nous avons également mesuré les trajectoires successives de deux gouttes de vitesses plus faibles lorsque l'on fait varier le paramètre d'impact a . On a pris comme vitesse des deux gouttes : $V_w = 0.25V_\phi^F$. On obtient le graphe 5.20. Ainsi, pour des vitesses de gouttes plus petites, on obtient comme précédemment des trajectoires successivement attractives et répulsives. La figure 5.20 confirme que la distance minimum d'approche est toujours plus grande que le paramètre d'impact. En particulier dans les collisions attractives, elles ne vont jamais se placer sur une orbite plus petite que le paramètre d'impact. Elles préféreront se défléchir un peu pour se mettre sur une plus grande orbite. On trouve pour les orbites obtenues les mêmes valeurs d'accrochage. Les diamètres des orbites numériques restent les mêmes que la vitesse des gouttes soit $V_w = 0.3V_\phi^F$ ou $V_w = 0.25V_\phi^F$. On obtient la même série d'orbites discrètes. Les distances minimum pour lesquelles les deux gouttes se repoussent restent également inchangées. En revanche, les valeurs du paramètre d'impact a pour lesquelles on

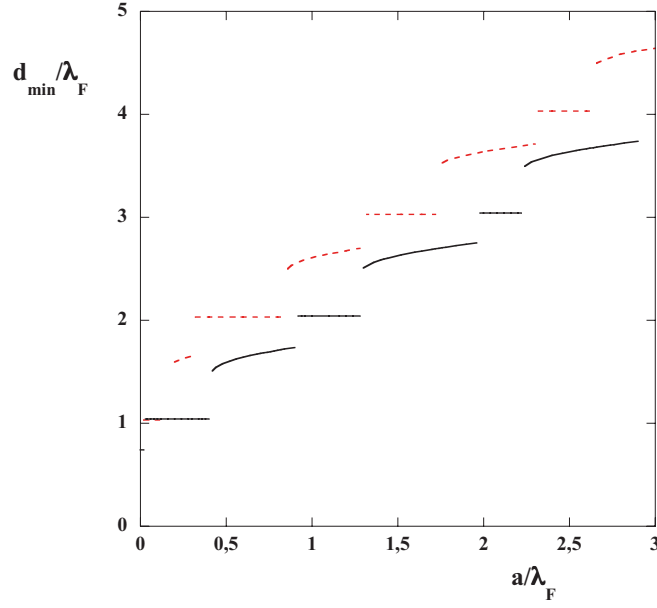


FIG. 5.20 – Distance minimum d'interaction d_{min} de deux gouttes identiques entrant en collision en fonction du paramètre d'impact a . En trait plein : $V_w = 0.3V_\phi^F$, en pointillé $V_w = 0.25V_\phi^F$.

observe ces collisions successives ne sont plus les mêmes. Lorsque les deux gouttes sont plus lentes, elles vont interagir pour des paramètres d'impact plus petits. En effet, l'amplitude des ondes est alors plus faible et les ondes formées sont plus vite atténuées. On atteint la région où les deux gouttes interagissent plus vite à partir d'un paramètre d'impact plus faible.

5.3.3 Discussion

Au cours de ces collisions simulées numériquement, la vitesse de chaque goutte est constante et égale à la vitesse que chaque goutte aurait, en tant que marcheur. On peut rechercher quelles sont les conditions pour lesquelles on a des orbites. Celles-ci ne peuvent exister que si la force d'interaction est attractive et qu'elle compense l'effet centrifuge aux vitesses et diamètres considérés. On compare donc dans les équations 5.2 le terme d'interaction d'une goutte sur l'autre à l'effet centrifuge, et on obtient une condition pour les diamètres possibles des orbites d_n^{orb} :

$$\sin(k_f d_n^{orb}) = -\left(\frac{2mV_{orb}^2}{\alpha_0 F^b}\right). \quad (5.3)$$

Il y a deux séries de solutions discrètes : $d_n^{orb} = (n - \epsilon'_0)\lambda_F$ et $d_n^{orb} = (n - \epsilon''_0)\lambda_F$ qui sont toutes deux multiples de la longueur d'onde avec deux distances à l'origine possibles ϵ'_0 et ϵ''_0

définies comme suit :

$$\epsilon'_0 = \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{2mV_{orb}^2}{\alpha_0 F^b},$$

$$\epsilon''_0 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{2mV_{orb}^2}{\alpha_0 F^b}.$$

On a schématisé sur la figure 5.21(a) l'onde émise par la goutte (1) au moment où les deux gouttes touchent l'interface. La direction de représentation est transverse au mouvement principal des deux gouttes. Dans cette direction la goutte (1) retombe au centre de la bosse de sa propre onde. La goutte (2) retombe sur le flanc de cette onde incliné vers la goutte (1). On peut voir sur cette figure 5.21(a) que les deux solutions ϵ'_0 et ϵ''_0 sont situées de part et d'autre du point d'inflexion où la pente de l'onde est maximale.

On vient de trouver que numériquement les orbites observées correspondent à la seconde série de solution ϵ''_0 avec $\epsilon_0^{num} \approx 0.45$. L'intégration numérique des équations 5.2 montre que seule cette deuxième série est stable. Ces solutions correspondent aussi à l'intuition physique que, en effet si une perturbation vient faire croître la distance entre gouttes, elles retombent plus près du point d'inflexion et donc la force de rappel croît. Inversement, une réduction de la distance conduirait à une interaction plus faible et l'effet centrifuge ramènerait la goutte sur l'orbite.

Les valeurs expérimentales $\epsilon_0 = 0.2 \pm 0.05$ sont clairement différentes et correspondent aux valeurs ϵ'_0 qui sont numériquement et théoriquement instables. Ce désaccord peut être attribué aux simplifications du modèle théorique. En effet, le modèle ne prend pas en compte les détails de la collision entre la goutte et son onde. La goutte reste collée à son onde pendant un temps fini, un temps suffisant pour que celle-ci se propage et que son amplitude diminue. Ce sont ces effets qui entraînent un décalage de la phase des ondes d'interaction de l'équation 5.2. Cela pourrait expliquer le décalage à l'origine ϵ_0 différent entre l'expérience et la théorie.

Remarquons que si $2mV_{orb}^2/\alpha_0 F^b$ est plus grand que 1, aucune solution orbitale n'est possible. Ceci est observé expérimentalement : des marcheurs très rapides n'arrivent pas à entrer en orbite car les collisions avec l'onde ne permettent pas d'apporter une force centripète assez grande. Numériquement, lorsque α_0 est petit la force attractive n'est pas suffisamment grande pour générer des orbites.

Enfin, nous avons établi un tableau permettant de récapituler les distances minimum d_{min}/λ_F mesurées de celles obtenues numériquement pour deux gouttes rebondissant en opposition de phase entrant en collision. C'est la figure 5.22. Bien que le ϵ_0 numérique et le ϵ_0 mesuré soient différents, on retrouve bien la même situation où, les deux gouttes ne se mettent en orbite que pour des valeurs discrètes proches de la longueur d'onde de Faraday λ_F : $d_n^{orb} = (n - \epsilon_0)\lambda_F$. On retrouve également une gamme de valeurs interdites de distance minimum entre les deux gouttes en collision, puis une nouvelle gamme de distance entre les deux gouttes où les collisions sont répulsives. Ainsi, dans les expériences numériques, bien

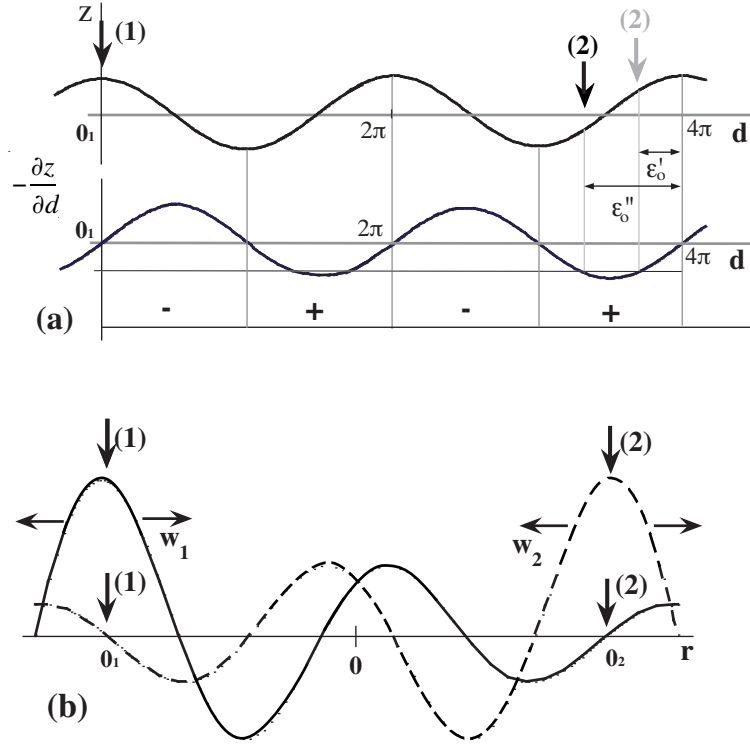


FIG. 5.21 – (a) Schéma du profil et de la dérivée d’une onde w_1 émise par la goutte (1) (sans la décroissance radiale) au moment de la collision des gouttes avec la surface. Selon la distance, c’est l’impact de la goutte (2) avec la surface qui fera que la collision sera répulsive (région -) ou attractive (région +). Dans la région attractive (+), lorsque les deux gouttes sont en orbite, les deux positions de l’impact possibles pour la deuxième goutte sont présentées pour le mode $n = 2$. La position stable est représentée en noire et la position instable en gris. (b) Schéma des deux ondes propagatives w_1 et w_2 émises par les deux gouttes identiques (1) et (2) respectivement. Les deux gouttes rebondissent en phase. La forme de l’interface résulte de la superposition de ces deux ondes. Les amplitudes sont représentées au moment où chaque goutte frappe la surface. L’atténuation radiale de chaque onde est ici représentée. La distance entre les gouttes correspond au mode $n = 2$ avec un décalage de $\epsilon_0 = 1/4$.

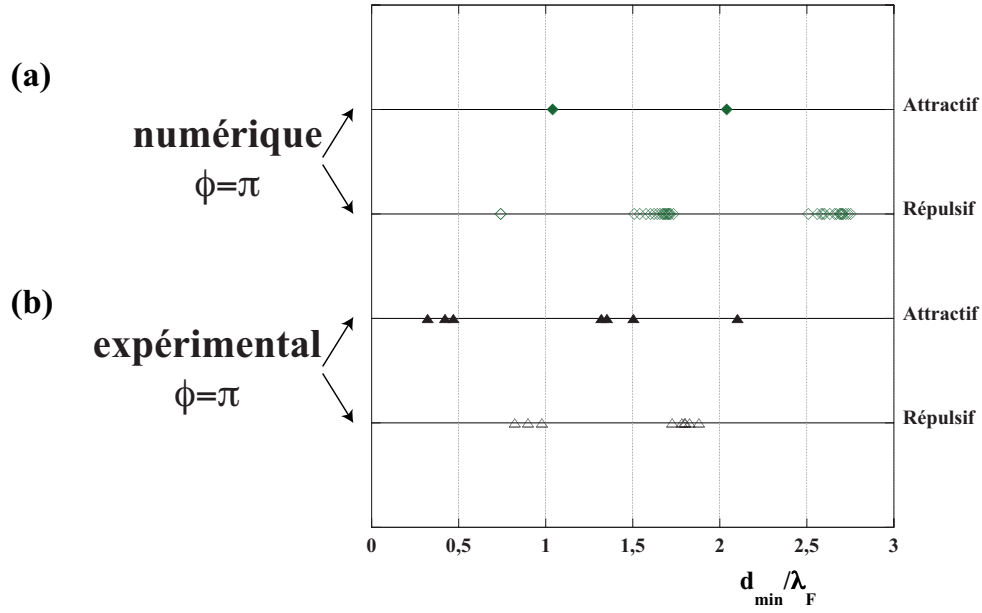


FIG. 5.22 – Distance minimum mesurées numériquement (a) et expérimentalement (b) entre deux gouttes entrant en collision selon leur mode (attractif ou répulsif) lorsque les deux gouttes sont en opposition de phase ($\phi = \pi$). $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s et $f_0 = 80$ Hz.

que les valeurs trouvées ne soient pas les mêmes, le comportement des deux gouttes subissant une collision est bien retrouvé.

Ce modèle, malgré ses simplifications un peu brutales, nous permet de retrouver tous les comportements observés de deux gouttes identiques : collisions répulsives, mise en orbites quantifiées et mise en marche parallèle de deux gouttes. Il ne prend en compte que les caractéristiques essentielles du système expérimental, c'est-à-dire l'interaction de particules mobiles au travers des ondes qu'elles excitent.

Chapitre 6

Interactions de deux gouttes de taille différente

Lors du chapitre précédent nous nous sommes limités à l'étude des interactions de gouttes identiques. Maintenant nous allons explorer les comportements de deux marcheurs de tailles différentes. Comme pour des gouttes identiques, lorsque deux marcheurs entrent en collision, ils peuvent soit se repousser et s'éloigner soit s'associer et effectuer un mouvement collectif. Nous nous concentrerons sur ces mouvements collectifs. Les modes d'auto-organisation observés sont très variés, et nous allons tout d'abord les classer en différentes familles. Deux gouttes de tailles différentes forment des marcheurs à une excitation donnée ayant des vitesses propres différentes. Nous verrons ensuite que ces deux vitesses jouent un rôle clé dans la sélection de modes d'organisation réalisés.

6.1 Phénoménologie

6.1.1 Familles de trajectoires

Orbites simples. Dans certains cas, on observe, des trajectoires très simples comme l'exemple de la figure 6.1. Cette figure a été obtenue en superposant les images successives d'un film. Les deux gouttes décrivent des cercles concentriques de rayon R_1 et R_2 . Le centre de rotation est situé entre les deux gouttes. La distance entre les deux gouttes d reste constante, les vitesses angulaires des deux gouttes sont égales.

Orbites oscillantes. Nous avons observé un autre type de trajectoire légèrement différent. Comme pour les orbites simples, chaque goutte a, en moyenne, une trajectoire circulaire stable. Mais ici, les deux gouttes oscillent autour de ces trajectoires circulaires. Ces oscillations sont synchrones, mais en opposition de phase. La distance entre les gouttes n'est alors

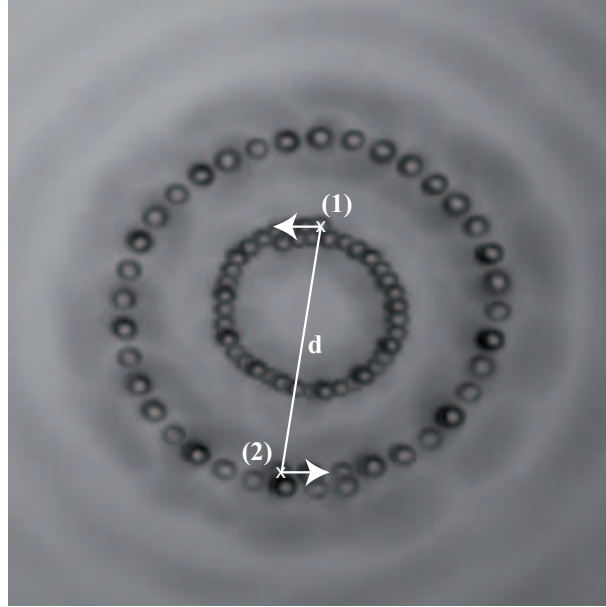


FIG. 6.1 – Deux gouttes de tailles différentes en orbite. Images superposées. Temps entre chaque image : $t = 0.028$ s. $d = 8.2$ mm. $\gamma_m/g = 3.95$, $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

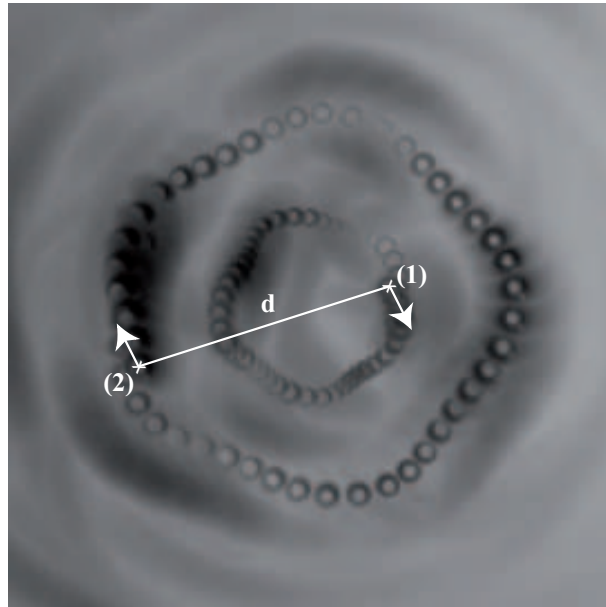


FIG. 6.2 – Deux gouttes différentes en orbite oscillante. Images superposées. Temps entre chaque image : $t = 0.076$ s. $d = 7.87$ mm. $\gamma_m/g = 3.95$, $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

pas constante. Dans l'exemple sur la figure 6.2, la fréquence d'oscillation est approximativement 2.5 fois la fréquence du mouvement orbital.

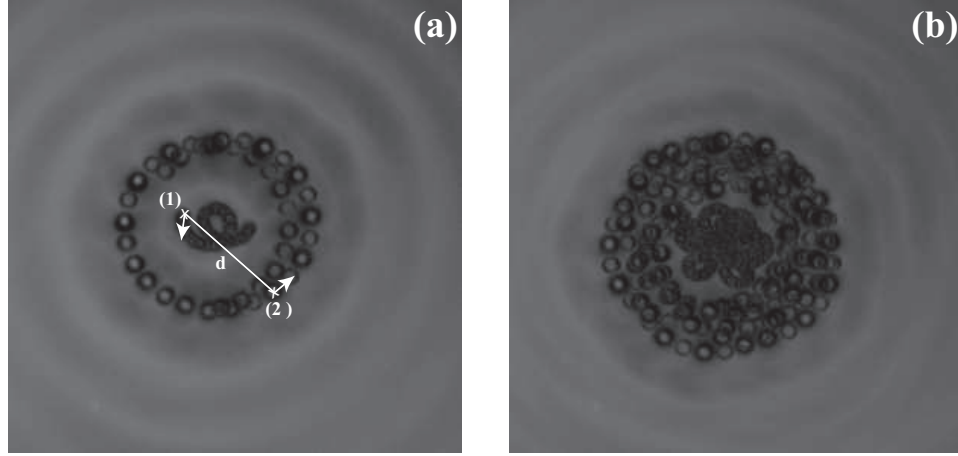


FIG. 6.3 – Trajectoires de deux gouttes de tailles différentes. Séries d'image superposées. Temps entre chaque image : $t = 0.063$ s. (a) à $t = 2.52$ s, (b) à $t = 10.28$ s. $d = 4.4$ mm. $\gamma_m/g = 3.65$, $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

Epicycles. Le plus souvent, les gouttes semblent au premier abord effectuer un mouvement orbital irrégulier avec des dérives apparentes du système. La nature de ces orbites ne se révèle que par la mesure, par traitement d'image, du mouvement des deux gouttes intégré sur des temps assez long. Les dérives apparentes sont en fait des mouvements déterministes de l'ensemble. Sur la figure 6.3 on peut voir un exemple de trajectoires de ce type. On verra plus loin que ces deux trajectoires sont toutes deux des épicycles couplés et on explicitera les paramètres qui les définissent.

Promenades. La figure 6.4 montre un dernier mode d'organisation de deux marcheur. Les deux gouttes décrivent des mouvements circulaires autour d'un centre de rotation commun, mais les gouttes sont alors, à un temps donné, toutes deux du même côté du centre de rotation. Nous avons appelée ce mode la promenade (en couple). Comme nous le montre la série de photos de la figure 6.4, la grosse goutte se déplace sur la trajectoire extérieure, la plus petite sur la trajectoire intérieure. Dans le cas particulier de deux gouttes identiques, elles se déplacent parallèlement sur des trajectoires linéaires.

6.1.2 Coexistence des modes d'organisations

On se demande si on peut prévoir le type de trajectoire de deux gouttes pour des paramètres donnés. Nous observons expérimentalement que cela n'est pas le cas. Avec les mêmes

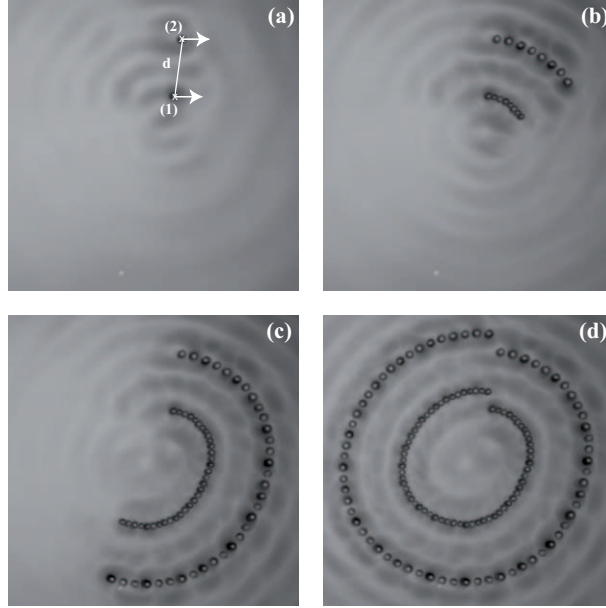


FIG. 6.4 – Promenade de deux gouttes de tailles différentes. Séries d'images superposées. Temps entre chaque image : $t = 0.134$ s. $d = 5.42$ mm. (a) $t = 0$, (b) $t = 1$ s, (c) $t = 4.3$ s, (d) $t = 8.6$ s. $\gamma_m/g = 3.91$, $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

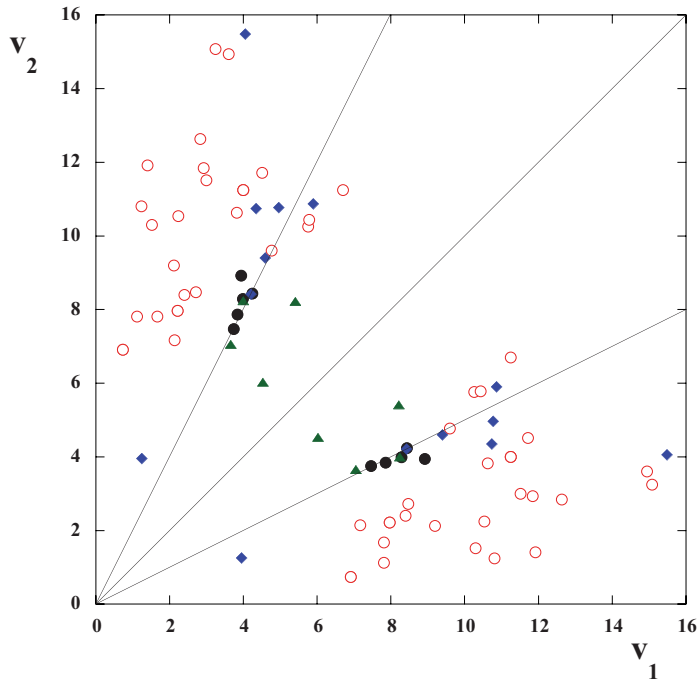


FIG. 6.5 – v_2 en fonction de v_1 . Cercles : épicycles, ronds : orbites, triangles : promenades, losanges : oscillations. $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

deux gouttes et dans les mêmes conditions expérimentales, on peut obtenir différents types de trajectoires.

Nous avons vu dans les chapitres précédents qu'un marcheur est surtout caractérisé par sa vitesse qui résulte de l'ensemble de paramètres expérimentaux. La figure 6.5 montre les différents modes d'organisation de deux gouttes en fonction de leurs vitesses respectives. Les vitesses mesurées correspondent aux vitesses moyennes dans le cas des trajectoires oscillantes. On remarque que les trajectoires épicycloïdales sont celles que l'on observe le plus souvent. Toutefois, les épicycles ne sont observés que lorsque les vitesses des gouttes sont très différentes, *i.e.*, les deux gouttes sont de taille très différente.

Les trajectoires de deux gouttes en orbite sont plus rares : elles ne sont observées que pour des rapports simples de vitesses. Les promenades et les oscillations sont rares également. Leur existence ne semble pas déterminée par la vitesse des gouttes.

6.2 Epicycles

Parmi tous les différents modes d'organisation observés, le mode épicycle est le plus courant. Le mouvement des gouttes est d'une complexité telle que la description de leur trajectoire semble difficile à première vue. La figure 6.6 montre trois exemples distincts d'orbites de type épicycloïdal. Dans les trois cas, les gouttes tournent d'une manière complexe autour d'un centre commun. Nous allons toutefois développer ici une description très simple de mouvement collectif.

6.2.1 Distance entre deux gouttes

A l'aide du traitement d'image décrit dans le chapitre 2, nous pouvons mesurer la distance entre les gouttes en fonction du temps. Appelons $\vec{r}_1(t)$ et $\vec{r}_2(t)$ les positions des deux gouttes. $\vec{d}_{12}(t) = \vec{r}_2(t) - \vec{r}_1(t)$ est le rayon vecteur liant les deux gouttes ; la distance entre les gouttes est d . La figure 6.7 (a) montre la trajectoire du rayon vecteur $\vec{d}_{12}(t)$ correspondant au mouvement des gouttes de la figure 6.6 (a). Malgré l'apparence complexe du mouvement des gouttes, $\vec{d}_{12}(t)$ tourne à une vitesse constante ω . On voit sur la figure 6.7 (b) que son module est pratiquement constant.

Nous avons observé ce même résultat pour toutes les trajectoires du type épicycle. C'est une première simplification de la description de ces mouvements complexes.

6.2.2 Description géométrique des trajectoires

Observation. La figure 6.6 montre trois exemples distincts d'orbites de type épicycloïdal. Les trois types de trajectoires paraissent a priori complexes. Dans les trois cas les deux trajectoires forment des courbes qui ont un centre commun. Sur chacune des trajectoires on

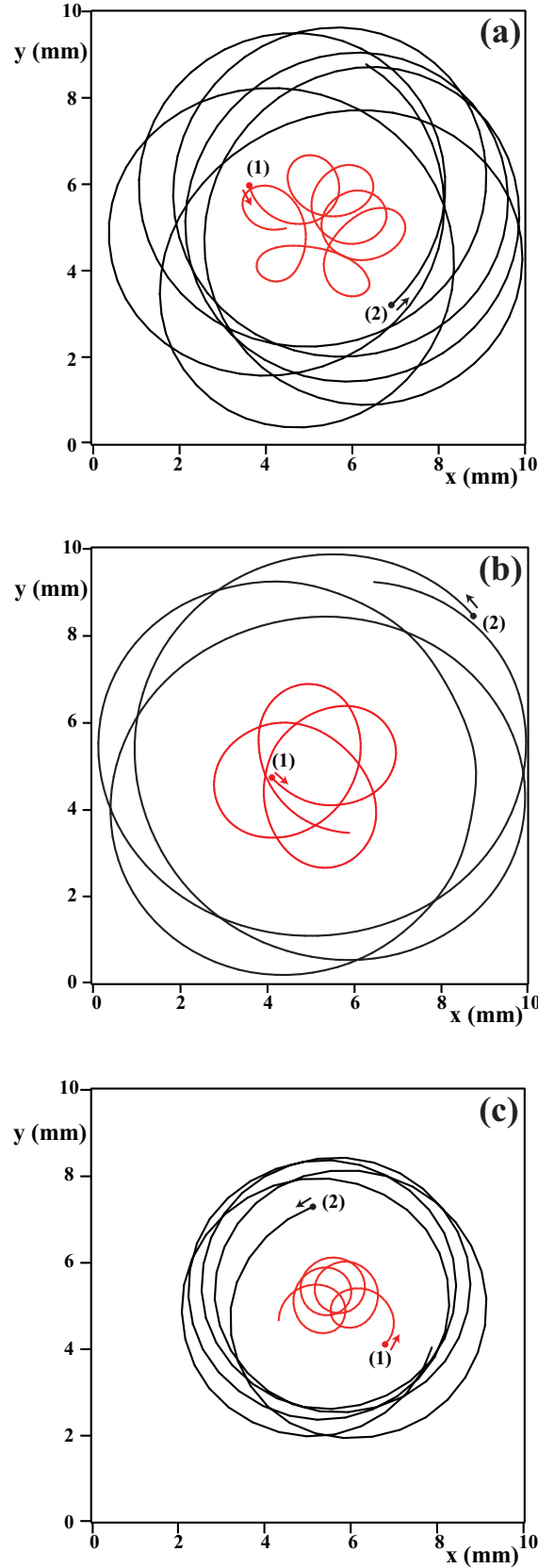


FIG. 6.6 – Trois différentes trajectoires de deux gouttes différentes de type épicycloïdales : (a) $\gamma_m/g = 3.65$, temps pour effectuer cette trajectoire : $t = 9.74$ s ; (b) $\gamma_m/g = 3.65$, temps pour effectuer cette trajectoire : $t = 7.59$ s ; (c) $\gamma_m/g = 3.36$, temps pour effectuer cette trajectoire : $t = 7.8$ s. $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

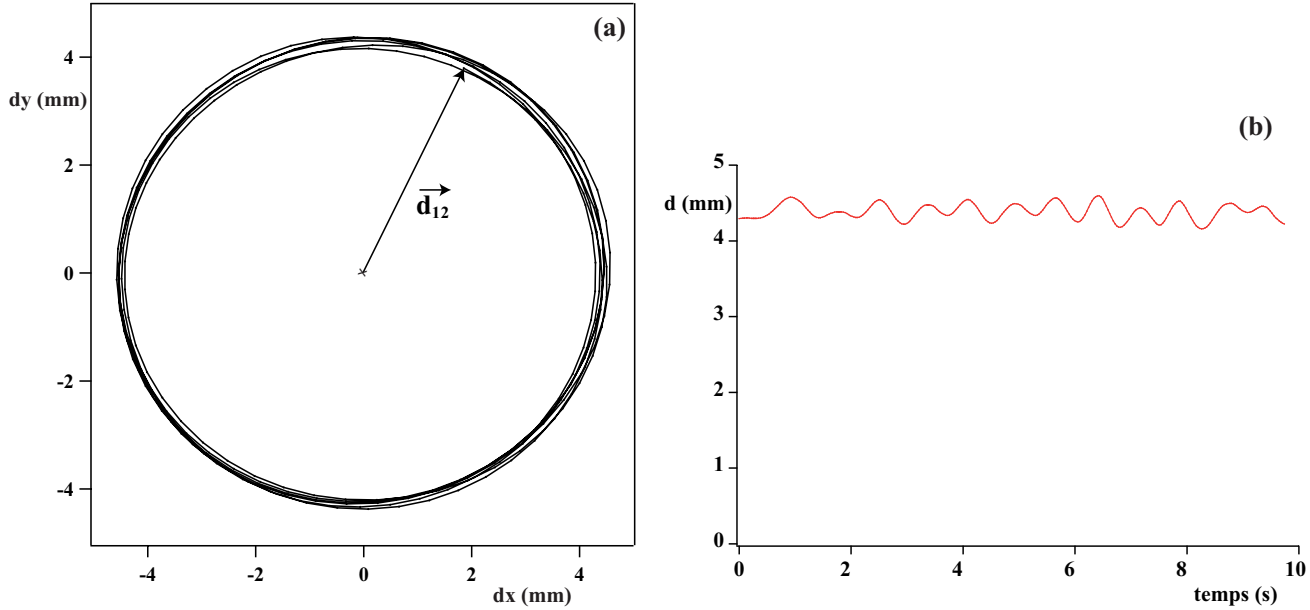


FIG. 6.7 – Distance entre les gouttes tout au long de leur trajectoire décrite sur la figure 6.3.

peut voir que chaque goutte décrit un certain nombre de boucles avant de revenir à son point initial. Sur les trajectoires (a) et (b) de la figure 6.6, la petite goutte au centre effectue des boucles vers l'extérieur alors que sur la trajectoire (c), les boucles formées par la petite goutte tout au long de sa trajectoire vont vers l'intérieur.

Sur la trajectoire (a), la petite goutte effectue 7 boucles avant d'avoir fait un tour complet. Sur la trajectoire (b), la petite goutte effectue 4 boucles avant de revenir (à peu près) à son point initial. Enfin sur la trajectoire (c) le nombre de boucles est de l'ordre de 10. Dans tous les cas les vitesses instantanées des deux gouttes ne sont pas antiparallèles. Ainsi sur la première paire de trajectoires (figure 6.6 (a)) on peut voir qu'à certains moments les deux gouttes ont des vitesses pratiquement perpendiculaires l'une à l'autre. Par ailleurs, les deux gouttes se déplacent de part et d'autre d'un centre mais celui-ci n'est pas le centre de la figure géométrique globale formée par les trajectoires.

Les trajectoires que nous observons ressemblent à des objets géométriques déjà assez anciens et très bien connus : des épicycles. De fait, les mesures expérimentales montrent que les trajectoires peuvent être décrites ainsi.

Définition. Qu'est-ce qu'un épicycle ?

Les astronomes de la Grèce antique tels que Hipparque, puis Ptolémée [55], souhaitant expliquer le mouvement rétrogrades des planètes, conférèrent un mouvement uniforme suivant une circonférence (épicycle) dont le centre se déplace uniformément sur une autre circonférence (déférent). La courbe décrite par le point dans ces conditions est une épicycloïde. Nicolas Co-

pernic en 1543 dans son ouvrage "Des révolutions des sphères célestes" [13] décrit également cette trajectoire. On a un exemple de ce type d'épicycle sur la figure 6.8 (b).

En général, un épicycle est une superposition de deux mouvements circulaires. Un point M tourne avec une fréquence ω et un rayon fixe a autour d'un centre mobile O' (voir figure 6.8(b)). Ce centre tourne lui-même sur un cercle de rayon b avec une vitesse angulaire Ω . Sa trajectoire est alors donnée par :

$$\vec{r}(t) = a \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \phi) \\ \sin(\omega t + \phi) \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} \cos(\Omega t + \Phi) \\ \sin(\Omega t + \Phi) \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

Pour simplifier la notation, nous recourons à une description par des nombres complexes (la partie imaginaire correspond à la direction y)

$$r(t) = ae^{i(\omega t + \phi)} + be^{i(\Omega t + \Phi)} \quad (6.2)$$

a et b sont des amplitudes, donc positifs, mesurés en millimètres. On remarque une certaine ambiguïté dans cette description : la trajectoire reste identique si on échange simultanément ω par Ω , et a par b . Nous pouvons, sans perdre en généralité, choisir toujours $|\omega| > |\Omega|$. Le premier terme dans l'équation 6.1 correspond donc à la rotation rapide, le deuxième à la rotation plus lente. Remarquons que si $\omega = \Omega$, le mouvement global se simplifie en un seul mouvement circulaire.

Les signes de ω et de Ω définissent l'orientation de la rotation. Evidemment, il n'y a pas de sens de rotation privilégié dans notre système, donc les signes de ω et Ω n'ont pas de signification directe. Par contre, les trajectoires sont très différentes selon que les orientations des deux rotations soient opposées ou non.

Plus généralement, ayant fixé le choix de a et b par $|\omega| > |\Omega|$, on peut distinguer quatre cas différents selon le signe de $\omega\Omega$ (l'orientation des rotations) et les valeurs relatives de a et b . Ces quatre situations sont dessinées sur la figure 6.8. La trajectoire obtenue est un hypocycle lorsque les boucles sont orientées vers l'extérieur du cercle de rayon b (comme sur la figure 6.8 (a)). Ceci correspond au cas où les deux rotations de vitesses angulaires ω et Ω sont de sens contraire. On a un épicycle lorsque les boucles sont vers l'intérieur (comme sur la figure 6.8 (b)). Ceci correspond au cas où les deux rotations de vitesses angulaires ω et Ω sont de même sens.

On note finalement que le mouvement est périodique si Ω et ω sont dans un rapport simple.

6.2.3 Mouvement collectif

Revenons aux trajectoires observées expérimentalement, et considérons la trajectoire de la plus petite des gouttes sur la figure 6.6 (a). La goutte effectue 7 boucles avant de revenir à son

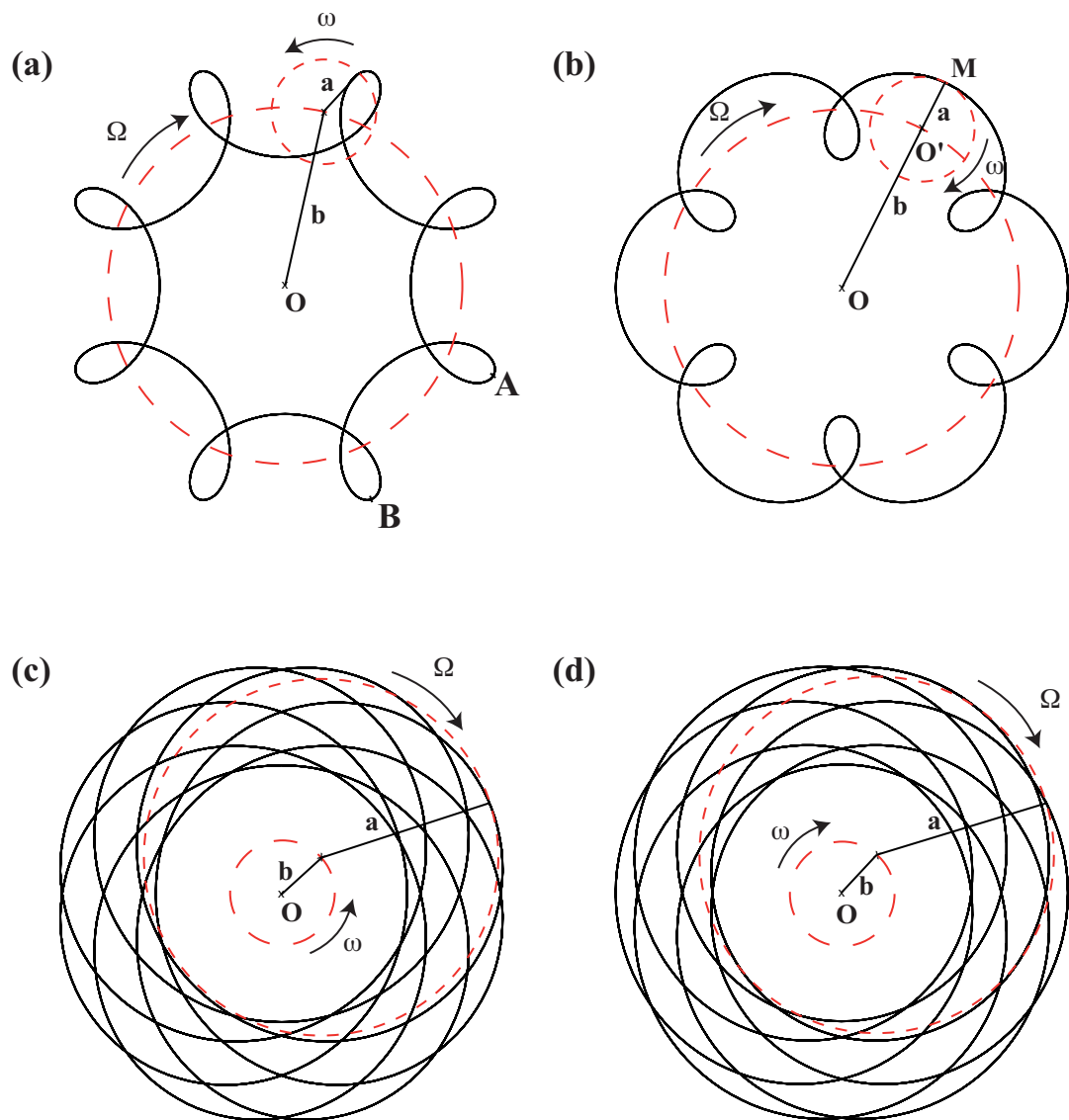


FIG. 6.8 – Avec $a < b$: (a) hypocycle : $\omega > 0$ et $\Omega < 0$; (b) epicycle : $\omega < 0$ et $\Omega < 0$. Avec $a > b$: (c) hypocycle : $\omega > 0$ et $\Omega < 0$; (d) epicycle : $\omega < 0$ et $\Omega < 0$.

point de départ. Il y a donc deux mouvements de rotation : la première rotation correspond au mouvement de la goutte sur chacune des boucles, la deuxième correspond à la rotation globale autour du centre de la figure. Est-ce qu'on peut trouver des paramètres pour que la trajectoire observée soit décrite par l'équation d'un épicycle ?

Supposons que les trajectoires $r_1(t)$ et $r_2(t)$ des gouttes (1) et (2) s'écrivent comme

$$\begin{aligned} r_1(t) &= a_1 e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} + b_1 e^{i(\Omega_1 t + \Phi_1)} \\ r_2(t) &= a_2 e^{i(\omega_2 t + \phi_2)} + b_2 e^{i(\Omega_2 t + \Phi_2)}. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Nous avons déjà choisi comme convention que la vitesse angulaire $|\omega| > |\Omega|$. Ce qui revient à dire que les gouttes ont des mouvements orbitaux ayant une rotation rapide à la vitesse angulaire ω , affectés par une précession lente à la vitesse angulaire Ω .

Considérons alors par exemple la trajectoire de la petite goutte (1) de la figure 6.6 (a). La première chose à faire est de déterminer si la trajectoire est un épicycle ou un hypocycle. Dans le cas présent les boucles sont orientées vers l'extérieur : la trajectoire est un hypocycle comparable à celui de la figure 6.8 (a). Avec notre convention, la trajectoire observée correspond à un hypocycle ayant $a < b$. Pour obtenir une description précise de ce mouvement il faut maintenant déterminer la valeur des paramètres.

On remarque que les boucles ne se referment pas exactement sur elles-mêmes, ce qui signifie que Ω_1 et ω_1 ne sont pas dans un rapport simple. On mesure d'abord la période T_1 du mouvement global autour du centre. C'est le temps qu'il faut à la goutte pour faire un tour complet et revenir à sa position angulaire initiale. On en déduit Ω_1 par $T_1 = 2\pi/\Omega_1$. Pendant une période du mouvement global la goutte effectue un nombre non entier de boucles. On mesure le temps T_1^{boucle} qui sépare les passages par deux positions extrêmes des boucles (en A et B de la figure 6.8 (a)). On en déduit, pour cet hypocycle, qu'on a $T_1^{boucle} = 1/(2\pi(\omega_1 + \Omega_1))$. On a alors la valeur de ω_1 .

En ce qui concerne les amplitudes a_1 et b_1 , on trouve leurs valeurs en remarquant que l'enveloppe extérieure de la figure a un rayon égal à $a_1 + b_1$ et que l'enveloppe intérieure a un rayon $|a_1 - b_1|$ avec ici $a_1 > b_1$. On a ainsi caractérisé la trajectoire de la petite goutte par l'équation d'un hypocycle. Si on trace cet hypocycle il fournit une bonne approximation de la trajectoire observée.

Maintenant on peut chercher les paramètres de la trajectoire de la plus grosse goutte (2). On peut voir qu'elle est comparable à la figure 6.8 (c). C'est donc aussi un hypocycle mais ayant $a_2 > b_2$. La même procédure que ci-dessus est employée pour déterminer ω_2 et Ω_2 , a_2 et b_2 . Comme dans le cas précédent, l'enveloppe intérieure des trajectoires a un rayon $|a_2 - b_2|$.

En procédant ainsi, nous trouvons que les deux vitesses angulaires pour la goutte (2) ω_2 et Ω_2 sont les mêmes que les vitesses angulaires ω_1 et Ω_1 trouvées pour la goutte (1). De plus, on trouve que les valeurs b_2 et b_1 sont très proches. On verra plus loin le sens physique de ces résultats.

On peut faire la même analyse pour toutes les trajectoires montrées sur la figure 6.6. Il faut noter toutefois que les trajectoires des gouttes de la figure 6.6 (c) forment des boucles vers l'intérieur et sont donc des épicycles. Dans ce cas, comparable aux courbes des figures 6.8 (b et d), les deux vitesses angulaires sont de même sens.

Il se trouve que pour toutes les trajectoires étudiées, une corrélation entre les mouvements des deux gouttes se manifeste par l'égalité des vitesses angulaires : $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ et $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$. Et l'équation 6.3 devient :

$$\begin{aligned} r_1(t) &= a_1 e^{i(\omega t + \phi_1)} + b_1 e^{i(\Omega t + \Phi_1)} \\ r_2(t) &= a_2 e^{i(\omega t + \phi_2)} + b_2 e^{i(\Omega t + \Phi_2)}. \end{aligned}$$

Distance entre les gouttes. Nous avons vu plus haut que la distance $d = |\vec{r}_1(t) - \vec{r}_2(t)|$ entre les deux gouttes reste constante au cours de leur mouvement. En considérant les équations 6.4, cela se traduit par :

$$\begin{aligned} d^2 &= a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 + b_2^2 - 2[a_1 a_2 \cos(\phi_1 - \phi_2) + b_1 b_2 \cos(\Phi_1 - \Phi_2)] + \\ &+ 2a_1[b_1 \cos[(\omega - \Omega)t + (\phi_1 - \Phi_1)] - b_2 \cos[(\omega - \Omega)t + (\phi_1 - \Phi_2)]] + \\ &+ 2a_2[b_2 \cos[(\omega - \Omega)t + (\phi_2 - \Phi_2)] - b_1 \cos[(\Omega - \omega)t + (\Phi_1 - \phi_2)]]]. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Pour que la distance soit constante, il faut que les termes en t s'annulent. Nous trouvons alors

$$b_1 = b_2 \quad (6.5)$$

$$\phi_1 = \phi_2 + \pi \quad (6.6)$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 \quad (6.7)$$

La distance entre les deux gouttes est alors simplement :

$$d = a_1 + a_2.$$

La rotation rapide de deux gouttes (qui correspond à ω) est alors en phase, la rotation lente (qui correspond à Ω) est en opposition de phase. L'observation que $b_1 = b_2$ est alors

consistante avec la distance constante. Nous trouvons, en choisissant judicieusement l'origine du temps et l'orientation du référentiel : $\Phi_1 = \Phi_2 = 0$ et $\phi_1 = 0$ (donc $\phi_2 = \pi$). Donc, le mouvement collectif se simplifie par

$$\begin{aligned} r_1(t) &= a_1 e^{i\omega t} + b e^{i\Omega t} \\ r_2(t) &= a_2 e^{i(\omega t + \pi)} + b e^{i\Omega t}. \end{aligned}$$

On peut donc finalement comprendre la trajectoire des gouttes comme illustrée sur le schéma de la figure 6.9. Les deux gouttes sont en orbite à la distance d . Elles ont chacune leur mouvement propre : la goutte (1) est en rotation sur un cercle de rayon a_1 à la vitesse $a_1\omega$ et la goutte (2) est en rotation sur un cercle de rayon a_2 à la vitesse $a_2\omega$. Le centre de cette orbite est lui-même en rotation avec un rayon b à la vitesse $b\Omega$.

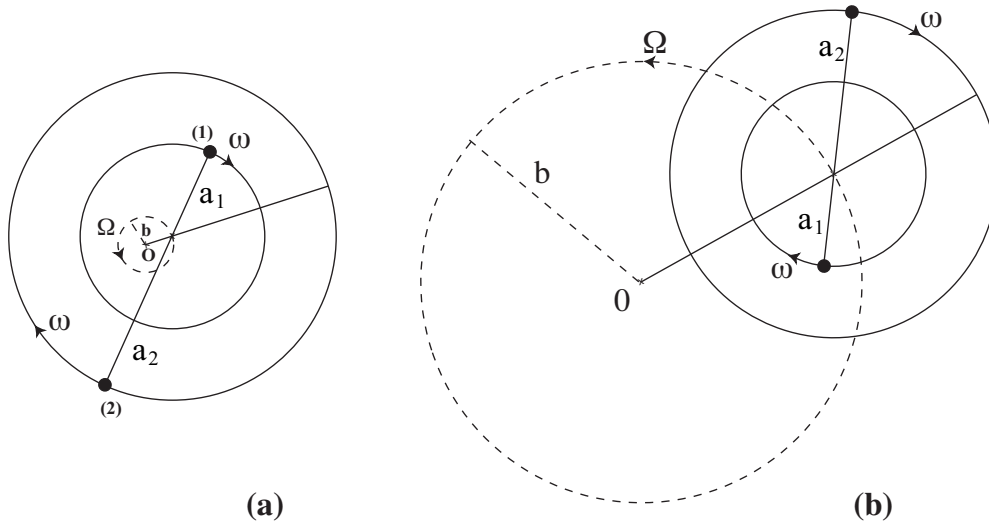


FIG. 6.9 – Schémas décrivant le mouvement des deux gouttes selon les équations des épicycles. Ici ω et Ω sont de sens contraires donc les deux gouttes décrivent des hypocycles. (a) $a > b$; (b) $a < b$.

Paramètres. Maintenant, revenons à la trajectoire observée sur la superposition des images de la figure 6.3. Nous cherchons à mesurer les différents paramètres ω , Ω , a_1 , a_2 , b afin de comparer les trajectoires réelles avec des épicycles correspondant.

La trajectoire de la figure 6.10 (a) correspond à un hypocycle (*i.e.*, Ω et ω de signes contraires) avec $a_1 < b$ pour la petite goutte (1) et $b < a_2$ pour la plus grosse goutte (2) comme sur les schémas (a) et (c) de la figure 6.8. Pour obtenir une telle trajectoire, il faut observer le mouvement de rotation d'un grand cercle de rayon $b = 1.1$ mm à la vitesse angulaire $\Omega = 4.28$ rad.s⁻¹ sur lequel chaque goutte est en orbite à la vitesse angulaire $\omega = -0.78$

rad.s^{-1} . Le rayon de l'orbite de la goutte (1) est alors $a_1 = 0.73 \text{ mm}$ et celui de la goutte (2) est $a_2 = 3.67 \text{ mm}$. Lorsque l'on met ces paramètres dans l'équation d'un épicycle, on obtient la trajectoire numérique de la figure 6.10 (d). A la vitesse de chaque goutte, s'ajoute une vitesse d'ensemble, $b\Omega$. On peut effectuer le même travail pour chacune des trajectoires. Les trajectoires (b) de la figure 6.10 sont également des hypocycles mais ici a_1 et a_2 sont plus grand que b ($a_1 = 1.54 \text{ mm}$, $a_2 = 4.35 \text{ mm}$, $b = 0.47 \text{ mm}$, $\Omega = -0.63 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\Omega = 2.59 \text{ rad.s}^{-1}$). Enfin les trajectoires de la figure 6.10 (c) sont deux epicycles (ω et Ω de même signes) avec $a_1 < b$ et $a_2 > b$ ($a_1 = 0.62 \text{ mm}$, $a_2 = 2.95 \text{ mm}$, $b = 0.76 \text{ mm}$, $\Omega = 0.39 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\omega = 3.82 \text{ rad.s}^{-1}$).

On constate sur la figure 6.10 que chacune des trajectoires peut extrêmement bien être décrite par l'équation d'un épicycle. Le mouvement collectif des deux gouttes d'apparence complexe est donc en réalité de forme très simple.

6.2.4 Influence de d sur la trajectoire

Une manière de faire varier l'interaction entre les gouttes est de faire varier la distance à laquelle elles sont liées. On s'attend à ce que plus les deux gouttes en interaction sont proches, plus leur interaction sera forte. Nous avons fixé la fréquence et l'amplitude des oscillations du bain de liquide et observé le comportement de deux gouttes lorsque l'on fait varier la distance à laquelle elles se mettent en orbite. Nous pouvons alors observer tout une série de trajectoires de deux mêmes gouttes. C'est ce que l'on peut observer pour une paire de deux gouttes différentes sur les figures 6.11 (a), (b), (c) et pour une deuxième paire sur les figures 6.11 (d), (e), (f). Ces exemples sont particulièrement instructifs car on voit très bien le mouvement d'ensemble des deux gouttes c'est-à-dire le mouvement lent du centre de rotation.

On remarque surtout que les deux gouttes en orbite semblent se déplacer sur un cercle de diamètre de plus en plus petit à chaque fois qu'elles sont sur une orbite un peu plus grande. Plus les deux gouttes sont éloignées, plus elles ont tendance à retrouver une trajectoire purement orbital. En observant ces deux séries de trajectoire (figure 6.11 (a), (b), (c) et (d), (e), (f)), il semble que la modulation diminue lorsque la distance entre les deux gouttes augmente. En effet, comme nous l'avons remarqué en mesurant les vitesses des gouttes en fonction de leur distance (voir figure 6.20), les deux gouttes en orbite tendent vers leur vitesse de marche lorsqu'elles sont sur des orbites de plus en plus éloignées. Cela veut dire que l'interaction entre les deux gouttes diminue. On peut donc supposer que plus l'interaction entre les deux gouttes est forte, plus leur trajectoire sera de type épicycloïdale.

Nous avons également observé que les vitesses des gouttes augmentent légèrement avec leur distance. Nous allons revenir sur l'impact de la distance sur la vitesse dans le paragraphe suivant.

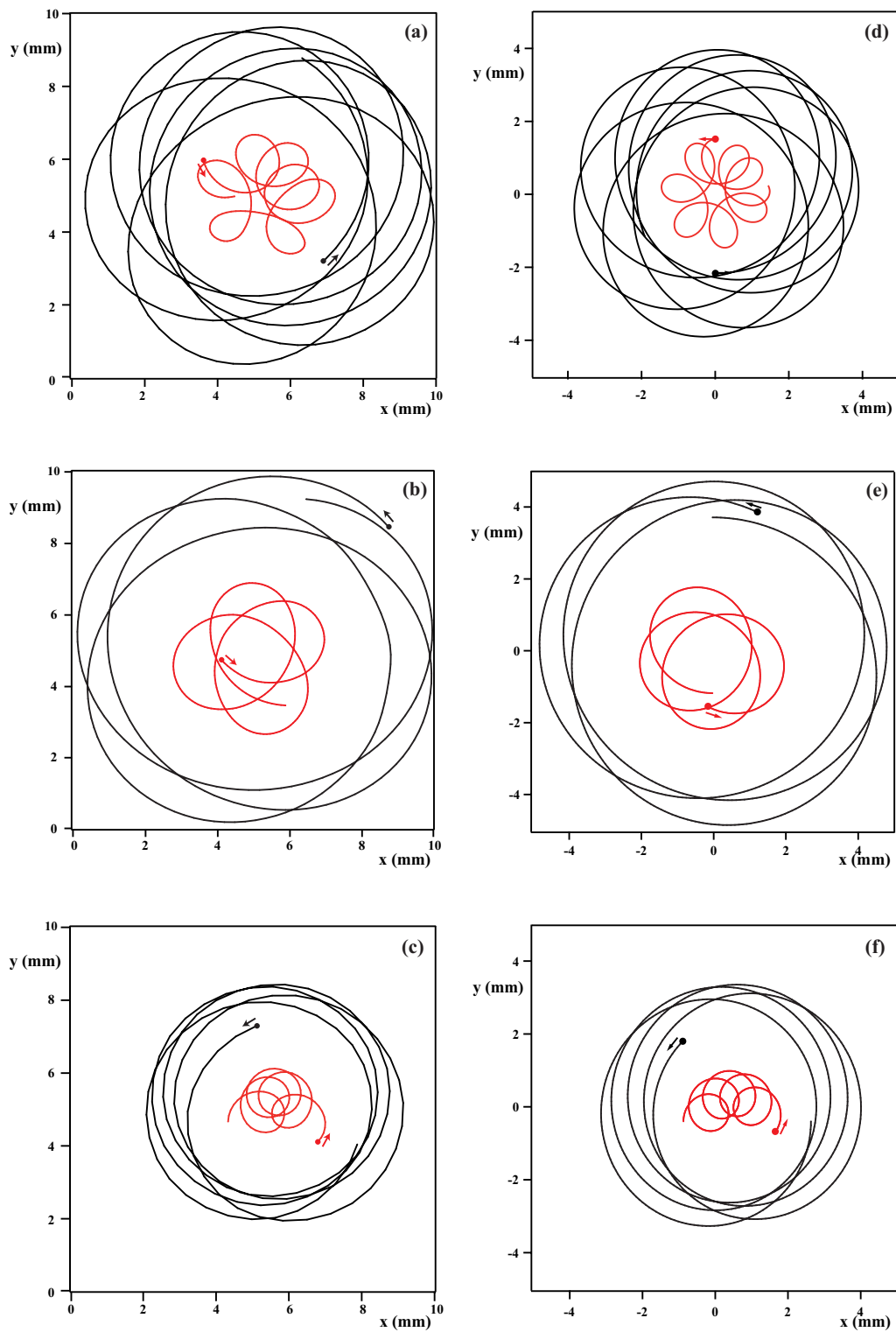


FIG. 6.10 – (a), (b) et (c) trois trajectoires des gouttes observées expérimentalement. (d), (e) et (f) les trois trajectoires correspondantes définies à partir des équations des épicycles.

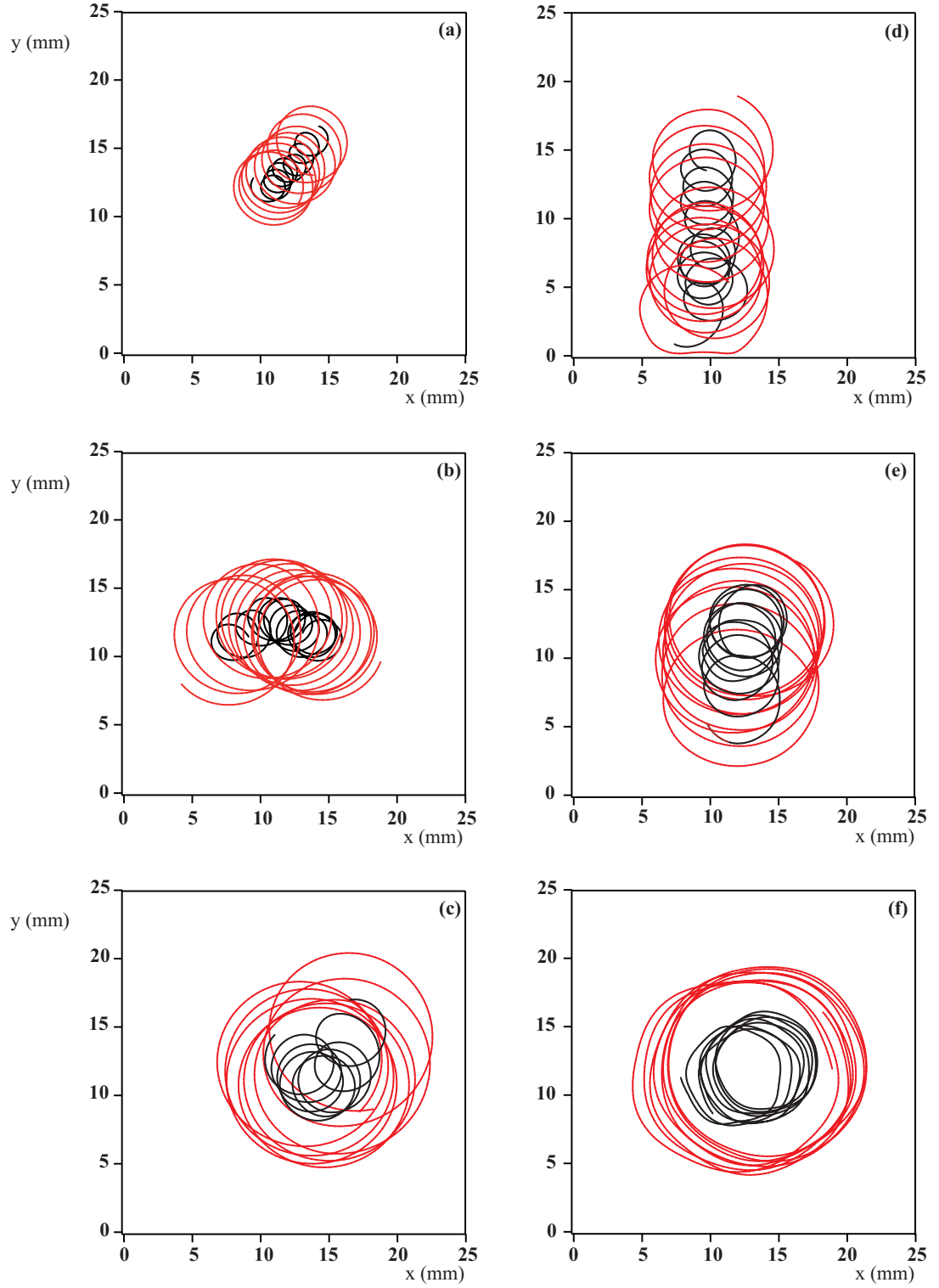


FIG. 6.11 – Trajectoires de deux gouttes différentes. La distance entre les deux gouttes augmente. (a), (b) (c) : $\gamma_m/g = 3.91$ et (a) $n = 1$, (b) $n = 1.5$ et (c) $n = 2$. (d), (e), (f) : $\gamma_m = 3.95$ et (d) $n = 1.5$, (e) $n = 2$ et (f) $n = 2.5$. $f_0 = 80$ Hz, $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s.

6.3 Comparaisons des différents modes d'organisation

Tous les différents modes d'auto-organisation étudiés (orbites, promenades, épicycles, trajectoires oscillantes) peuvent être caractérisés par deux paramètres : la vitesse des gouttes mais aussi leur distance entre elles. Nous allons dans cette partie étudier plus en détail ces paramètres pour les différents types de trajectoires observées.

On peut tout d'abord constater que ces différentes trajectoires peuvent toutes être décrites par les équations des épicycles. Cela nous permettra ensuite de caractériser leurs points communs et leurs différences.

6.3.1 Trajectoires

Orbites. On peut considérer le mouvement de deux gouttes de taille différente en orbite comme un cas particulier des épicycles. Dans ce cas, les deux gouttes restent chacune sur une orbite et il n'y a plus de mouvement d'ensemble de la paire de gouttes. On a toujours :

$$\begin{aligned} r_1(t) &= a_1 e^{i\omega t} + b e^{i\Omega t} \\ r_2(t) &= a_2 e^{i(\omega t + \pi)} + b e^{i\Omega t}. \end{aligned} \quad (6.8)$$

Mais maintenant $b = 0$. On retrouve les équations d'un cercle. Chaque goutte se déplace sur une orbite. La goutte (1) se déplace sur une orbite de rayon a_1 à la vitesse $a_1\omega$ et la goutte (2) se déplace sur une orbite de rayon a_2 à la vitesse $a_2\omega$. On a donc maintenant :

$$\begin{aligned} r_1(t) &= a_1 e^{i\omega t} \\ r_2(t) &= a_2 e^{i(\omega t + \pi)}. \end{aligned} \quad (6.9)$$

Le mouvement est schématisé sur la figure 6.12. Notons d'ailleurs qu'on obtient également des orbites simples si $\Omega = \omega$ dans l'équation des épicycles.

Promenades. Lorsque deux gouttes se déplacent ensemble, en mode dit de "promenade", on remarque que les gouttes se déplacent ensemble autour d'un centre extérieur. La figure 6.13 montre un exemple de ce type de trajectoire. Le schéma 6.14 décrit le phénomène. Les deux gouttes se déplacent ensemble, à vitesse constante et décrivent un mouvement circulaire.

De la même manière que pour les gouttes en orbite, on peut comprendre les gouttes en mode de promenade comme un cas particulier des épicycles. Le déphasage de π dans l'équation 6.9 n'apparaît plus. On a ainsi :

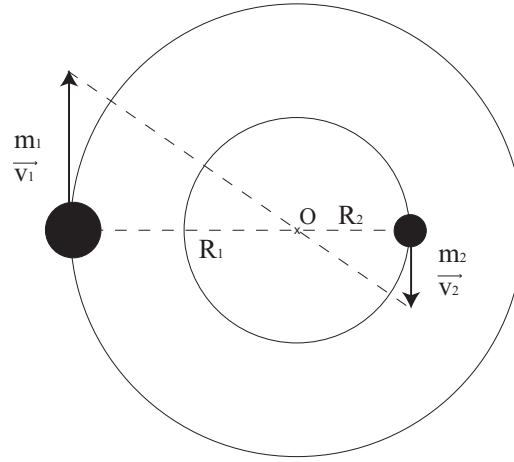


FIG. 6.12 – Schéma de deux gouttes différentes en orbite. La petite goutte est en rotation sur une orbite de rayon R_1 et la grosse goutte est en rotation sur une plus grande orbite de rayon R_2 . La distance entre deux gouttes est donc constante et correspond à $d = R_1 + R_2$.

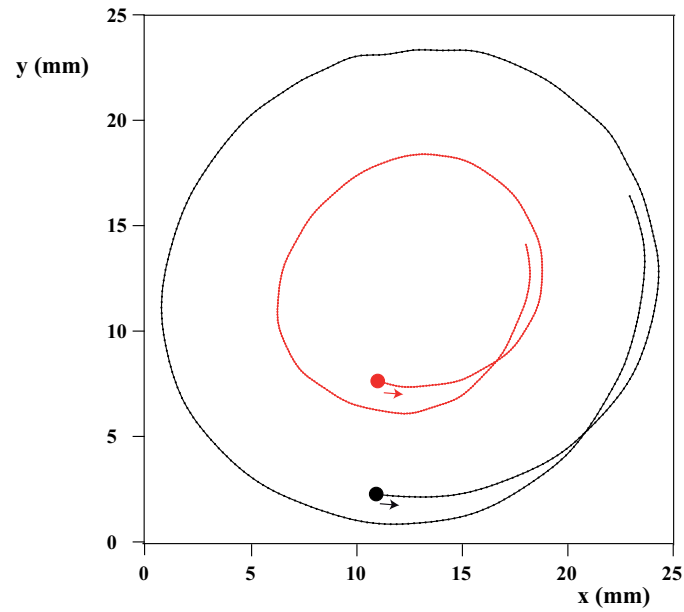


FIG. 6.13 – Trajectoire de deux gouttes en mode de promenade. $v_1 = 4$ mm/s, $v_2 = 8.24$ mm/s. Distance entre les deux gouttes : $d = 5.43$ mm. $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

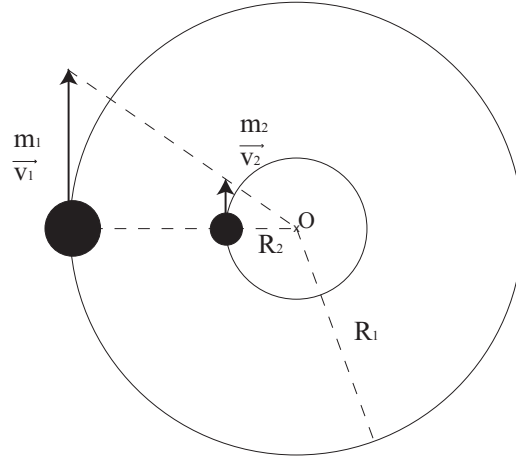


FIG. 6.14 – Schéma montrant deux gouttes de taille différentes en mode de "promenade". La grosse goutte est toujours sur l'orbite la plus grande. Les deux gouttes se déplacent ensemble autour d'un centre extérieur.

$$\begin{aligned} r_1(t) &= a_1 e^{i\omega t} \\ r_2(t) &= a_2 e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (6.10)$$

Trajectoires oscillantes. Ces trajectoires oscillantes peuvent également être vues comme des trajectoires épicycloïdales. Il suffit d'ajouter un déphasage de π dans le terme qui correspond au mouvement global (b et Ω).

$$\begin{aligned} r_1(t) &= a_1 e^{i\omega t} + b e^{i\Omega t} \\ r_2(t) &= a_2 e^{i(\omega t + \pi)} + b e^{i(\Omega t + \pi)}. \end{aligned} \quad (6.11)$$

La distance n'est alors plus constante.

6.3.2 Quantification de la distance entre deux gouttes en interaction

Orbites. De la même manière que deux gouttes identiques, deux gouttes différentes peuvent se mettre en orbite à des distances prenant des valeurs discrètes. Les diamètres possibles pour lesquelles deux gouttes identiques se mettent en rotation sont $d_n^{orb} = (n - \epsilon_0^{orb})\lambda_F$, λ_F est la longueur d'onde de Faraday et ϵ_0^{orb} correspond à un décalage constant. Le graphe 6.15 permet de comparer les diamètres possibles des orbites pour deux gouttes de taille différente et pour deux gouttes identiques, vues dans le chapitre précédent. On peut voir que la distance reste proportionnelle à λ_F . Cependant ϵ_0^{orb} prend une valeur un peu plus grande.

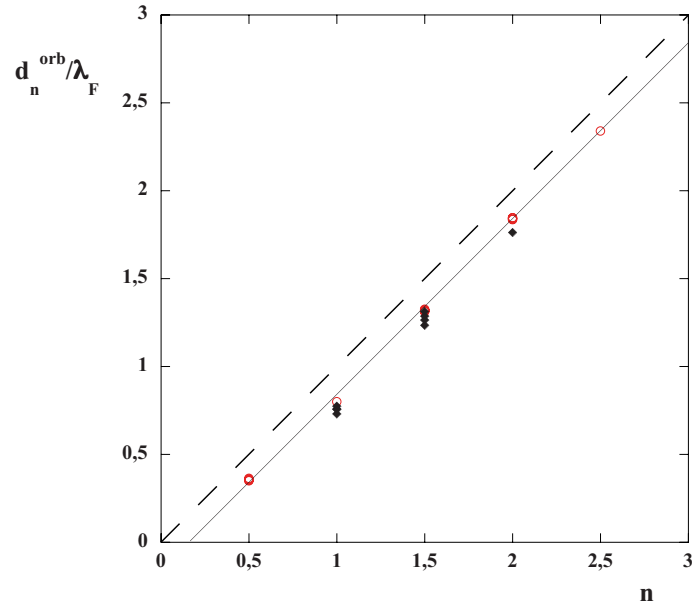


FIG. 6.15 – Mesure des diamètres des orbites d_n^{orb} pour deux gouttes identiques (cercles) et pour deux gouttes différentes (losanges pleins) en orbite en fonction de leur ordre n . La droite correspond au meilleur fit et donne la valeur de ϵ_0^{orb} . La vitesse des deux gouttes différentes est $v_1 \approx 4$ mm/s et $v_2 \approx 8.5$ mm/s. $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

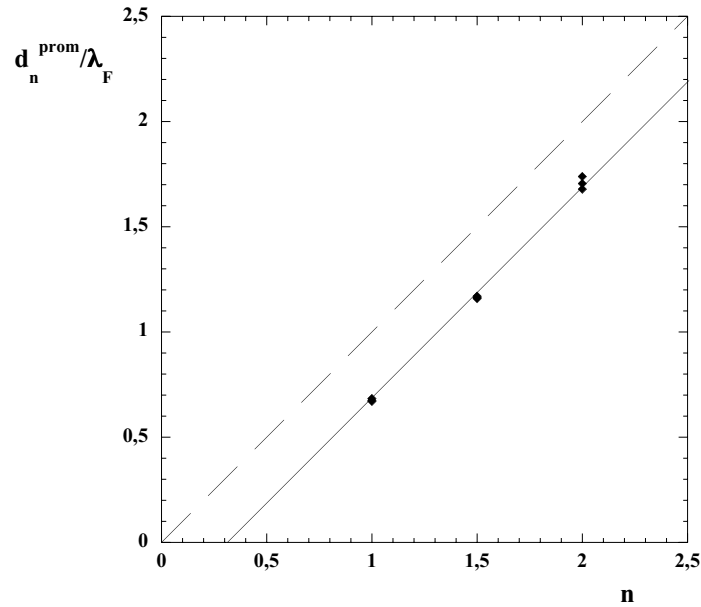


FIG. 6.16 – Distance d_n^{prom} entre deux gouttes en promenade en fonction de leur ordre n . La droite correspond au meilleur fit et donne la valeur $\epsilon_0^{prom} = 0.32$. $v_1 \approx 4.03$ mm/s et $v_2 \approx 8.24$ mm/s. $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

Promenades. La distance d_n^{prom} entre les deux gouttes reste constante. Sur la figure 6.16 on a tracé la distance entre deux gouttes effectuant une promenade à des distances différentes en fonction du paramètre d'ordre n . La distance entre les deux gouttes reste fonction de la longueur d'onde de Faraday λ_F . On a toujours $d_n^{prom} = (n - \epsilon_0^{prom})\lambda_F$ avec maintenant $\epsilon_0^{prom} = 0.32$. On voit que, dans le cas du mode de promenade, ϵ_0^{prom} prend une valeur plus grande que dans le cas des épicycles ou des orbites classiques. Ainsi, pour effectuer un mode de promenade, les deux gouttes doivent être à une distance plus petite que lorsqu'elles sont en orbite. Comme une des gouttes est attirée vers le centre, cela la rapproche de l'autre goutte tandis que l'autre est repoussée par le centre, cela la rapproche également de l'autre goutte.

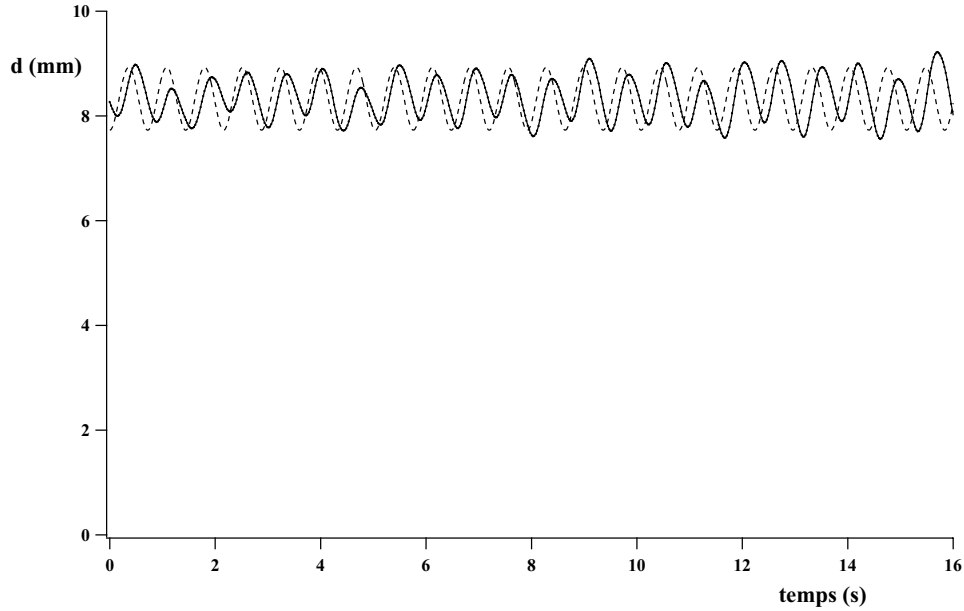


FIG. 6.17 – Distance entre les gouttes (1) et (2) au cours du temps pour les trajectoires oscillantes de la figure 6.18 (a). En pointillé la distance entre les deux gouttes avec les paramètres mesurés de la figure 6.18 (b).

Trajectoires oscillantes. Dans le cas des trajectoires oscillantes, la distance entre les deux gouttes oscille. La figure 6.17 montre les oscillations de la distance pour la trajectoire de la figure 6.18. En fait, chaque goutte n'oscille pas entre deux orbites possibles, mais plutôt autour d'une orbite.

Sur la trajectoire de la figure 6.18 la distance entre les deux gouttes est $d = (n - \epsilon_0 \pm \epsilon_{osc})\lambda_F$ avec $n = 2$ et $\epsilon_0 = 0.2$. La fréquence des oscillations est de 3.5 fois la fréquence de rotation des gouttes. Ainsi, les deux gouttes se repoussent jusqu'à une certaine distance $d = (n - \epsilon_0 + \epsilon_{osc})\lambda_F$, pour ensuite s'attirer jusqu'à la distance $d = (n - \epsilon_0 - \epsilon_{osc})\lambda_F$ où elles repartent alors en situation répulsive.

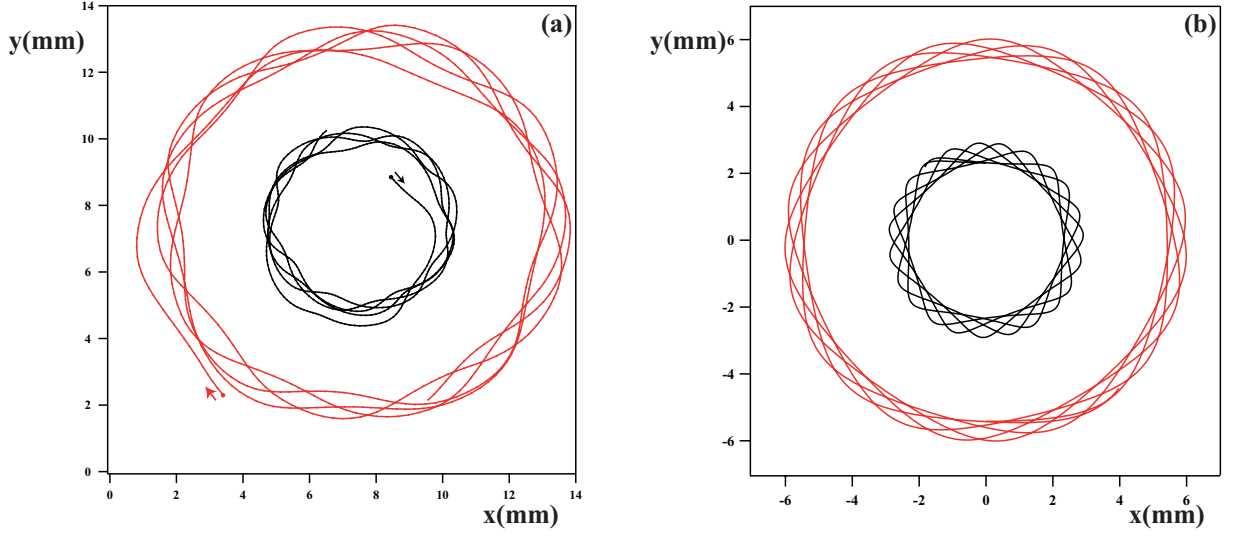


FIG. 6.18 – (a) Trajectoire oscillante de deux gouttes différentes. $v_1 \approx 4.96$ mm/s et $v_2 \approx 10.77$ mm/s. $\mu_L = 20.10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz. (b) Même trajectoire à partir des équations des épicycles en prenant les paramètres : $a_1 = 2.61$ mm, $a_2 = 5.72$ mm, $b = 0.3$ mm, $\omega = -1.89$ rad.s $^{-1}$ et $\Omega = 6.83$ rad.s $^{-1}$.

Epicycles. On a vu sur la figure 6.7 plus haut que la distance d_n^{epi} entre deux gouttes différentes en rotation reste toujours constante, comme dans le cas des orbites simples étudiées précédemment. Nous avons mesuré cette distance lorsque les gouttes décrivent des trajectoires en épicycle. Comme pour deux gouttes identiques, nous avons remarqué que les distances d_{12} peuvent prendre une série de valeurs discrètes directement liées à la longueur d'onde de Faraday λ_F . La figure 6.19 montre que, à nouveau, la distance se met sous la forme $d_n^{epi} = (n - \epsilon_0^{epi})\lambda_F$ avec ici un $\epsilon_0^{epi} = 0.23$.

Pour conclure, la distance entre les deux gouttes, quelque soit les trajectoires effectuées, est toujours bien liée à λ_F , la longueur d'onde de Faraday. Dans le chapitre précédent nous avons mesuré ϵ_0 pour une paire de gouttes identiques et nous avons observé que ϵ_0 pouvait prendre des valeurs allant de 0.18 à 0.35. Dans le cas de deux gouttes différentes on reste bien dans cette même gamme de valeurs.

6.3.3 Vitesse

Orbites. On a reporté sur le graphe de la figure 6.20 la vitesse de deux gouttes différentes en orbite en fonction du paramètre d'ordre n défini dans le chapitre précédent. Comme dans le cas où les deux gouttes étaient identiques, la vitesse des deux gouttes en rotation est légèrement inférieure à celle qu'elles auraient si elles étaient des marcheurs "libres".

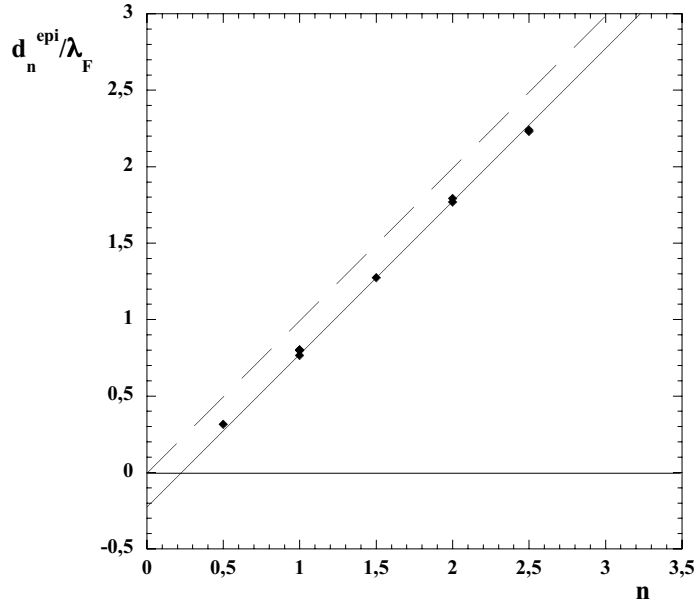


FIG. 6.19 – Pour une paire de deux gouttes différentes faisant des trajectoires épicycloïdales : d_n^{epi} / λ_F en fonction du paramètre d'ordre n .

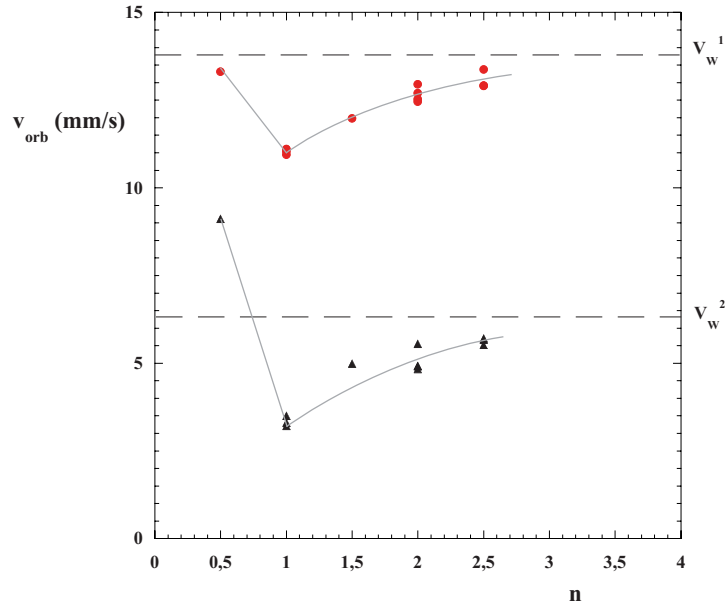


FIG. 6.20 – Vitesses de deux gouttes de taille différentes en fonction de la distance sur laquelle elles orbitent. En pointillé, la vitesse des gouttes en marcheur seul : $v_W^1 = 6.35$ mm/s et $v_W^2 = 13.76$ mm/s. En gris, les lignes servent de guide pour l'oeil. $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz, $\gamma_m/g = 3.95$.

Ainsi, plus les deux gouttes en orbite sont éloignées l'une de l'autre, plus leur vitesse tendra vers leur vitesse lorsqu'elles sont des marcheurs seuls. L'influence de la deuxième goutte sur la première diminue lorsqu'elles sont éloignées l'une de l'autre. On remarque tout de même que lorsque les deux gouttes sont au plus près, c'est-à-dire pour $n = 0.5$, la vitesse de la petite goutte est beaucoup plus grande que celle qu'elle aurait si elle marchait toute seule au travers de la cellule, et la vitesse de la plus grosse goutte est presque celle qu'elle aurait en tant que marcheur seul. Leur comportement dans ce cas précis est très différent de celui qu'elles ont lorsqu'elles sont sur toutes les autres orbites.

Dans cette situation, la petite goutte retombe sur la pente de l'onde formée par l'autre goutte et ne sent presque pas sa propre onde. De plus, comme les deux gouttes sont très proches, les ondes ne sont presque pas atténuées. Ainsi, la petite goutte prend la vitesse que lui donne la pente de l'onde formée par la goutte la plus rapide atténuée sur une demi-longueur d'onde. La goutte la plus rapide, elle, ne sent alors pratiquement pas l'influence de la petite goutte et marche presque à sa vitesse de "marcheur".

Epicycles. Dans le cas des épicycles, les modules des vitesses ne sont pas constants. Par les équations on en déduit la vitesse des gouttes :

$$\begin{aligned} |\vec{v}_1(t)|^2 &= (\omega a_1)^2 + (\Omega b)^2 + 2\omega\Omega a_1 b \cos(\omega - \Omega)t \\ |\vec{v}_2(t)|^2 &= (\omega a_2)^2 + (\Omega b)^2 - 2\omega\Omega a_2 b \cos(\omega - \Omega)t. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Les vitesses des gouttes oscillent donc autour d'une valeur moyenne à la pulsation $\omega - \Omega$. C'est ce que l'on observe également expérimentalement. Sur la figure 6.21, nous avons retracé les vitesses des gouttes pour la trajectoire de la figure 6.6 (a). Lorsque la vitesse de la petite goutte v_1 est maximum, la vitesse de la grosse goutte v_2 est minimum.

Regardons ce que cela signifie lorsqu'on regarde plus en détail le comportement des deux gouttes sur une boucle de leur trajectoire. Sur la figure 6.22, nous avons retracé une partie de la trajectoire en question. Les points sur les trajectoires marquent des intervalles de 0.1 s. La distance entre les points indique alors la vitesse de la goutte. Les points A, B, C (comme aussi A', B', C') marqués sur cette figure correspondent aux vitesses indiquées sur la figure 6.21.

Lorsque la petite goutte est au point A, le noeud de la boucle, sa vitesse est maximum. Au même moment, la plus grosse goutte se situe au point A', en haut de la boucle et sa vitesse est minimum. La vitesse de la petite goutte diminue pendant que la vitesse de la grosse goutte augmente et aux points B et B' la situation s'est inversée : la petite goutte se situe en haut de la boucle et la grosse goutte se situe au point de retour. Ainsi, quand une des gouttes se situe à un noeud d'une boucle (en A pour la goutte (1) et en B' pour la goutte (2) sur la figure 6.22) sa vitesse est maximum, la goutte ralentit jusqu'en haut de la boucle (en B pour

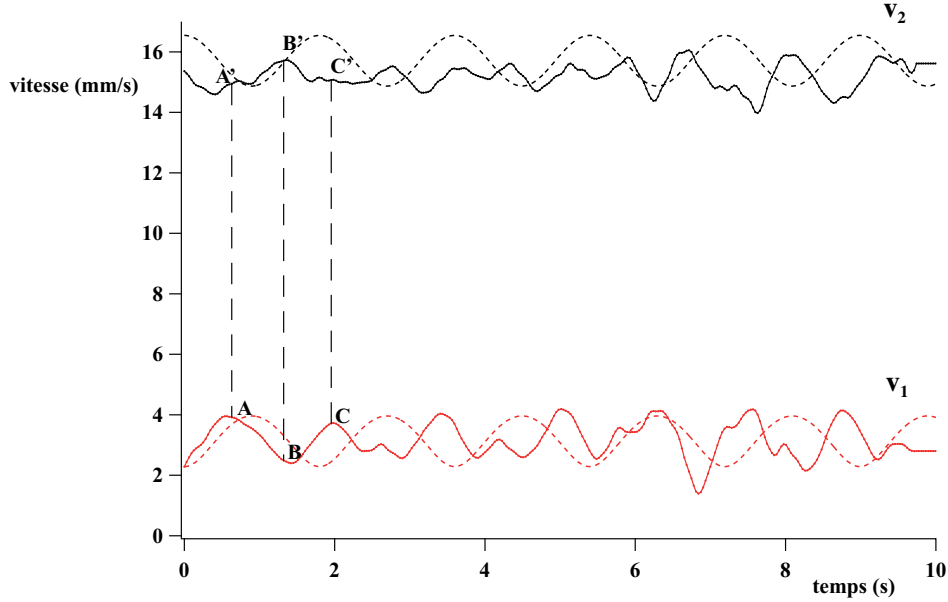


FIG. 6.21 – Vitesse de deux gouttes différentes lorsqu’elles effectuent les trajectoires vues sur la figure 6.3. En pointillé, la vitesse théorique des gouttes (1) et (2) à partir des équations des épicycles 6.12. Les points A, B, C et A’, B’, C’ correspondent aux vitesses aux points de la trajectoire de la figure suivante 6.22.

la goutte (1) et en A’ ou C’ pour la goutte (2)) où sa vitesse est alors minimum. La goutte accélère enfin pour revenir à un noeud (en C pour la goutte (1)) où sa vitesse est à nouveau maximum et ainsi de suite.

Sur la figure 6.22, on se rend aussi compte que la ligne qui lie les deux gouttes ne passe généralement pas par le centre de la figure. On peut chercher à définir un centre instantané de rotation entre les deux gouttes en orbite de la manière suivante. Pendant le temps Δt chacune des deux gouttes va se déplacer. Si on trace une droite entre la position des deux gouttes à l’instant t , ($M_1M'_1$) et une deuxième droite entre la position des deux gouttes à l’instant $t + \Delta t$ ($M_2M'_2$), ces deux droites se coupent en un point. C’est le point où les vitesses s’équilibrent. Ce point est le centre instantané de rotation (O'). A chaque instant on peut ainsi tracer le nouveau centre de rotation. La figure 6.23 montre comment nous l’avons construit.

On voit alors que le point O' n’est pas fixe. Le centre instantané de rotation se déplace également sur un épicycle. Si on se place dans le repère mobile du centre instantané de rotation on trouve alors les distances $R_1 = O'M_1$ et $R_2 = O'M_2$. Sur la figure 6.24 nous avons tracé R_1 et R_2 dans le repère du centre instantané de rotation pour la trajectoire de la figure 6.3. R_1 et R_2 sont les rayons moyens mesurés sur lesquels oscillent chaque goutte. Ces valeurs

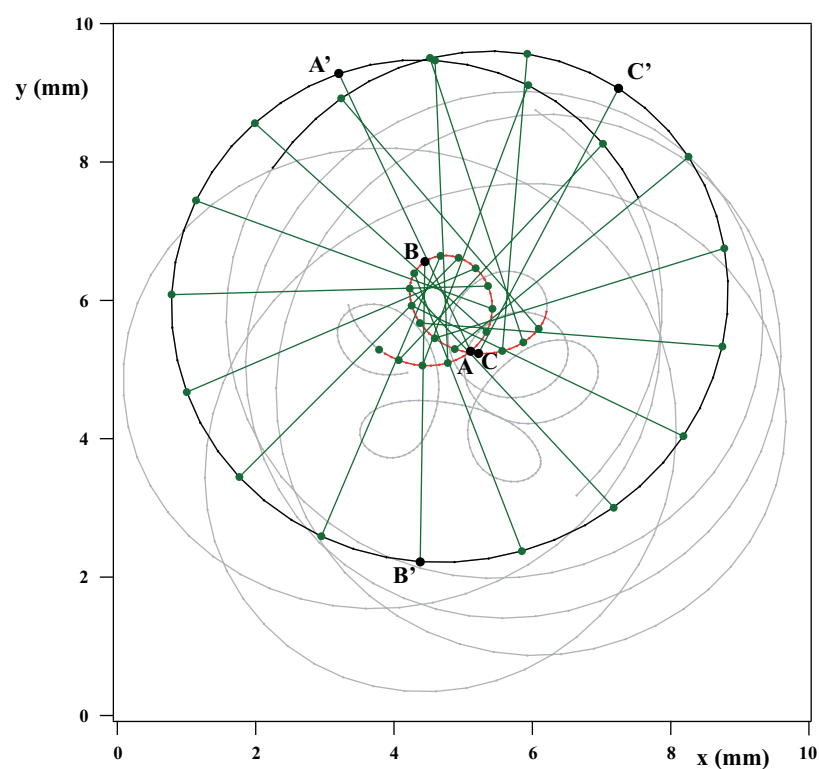


FIG. 6.22 – Une boucle des épicycles formés par les trajectoires des gouttes (trajectoire 6.6 (a)). Pour la petite goutte (1) : début de la boucle au point A, haut de la boucle au point B, et fin de la boucle au point C. Pour la grosse goutte (2) : haut d'une boucle en A', fin d'une boucle en B' et début de la boucle suivante, haut de la boucle suivante en C'.

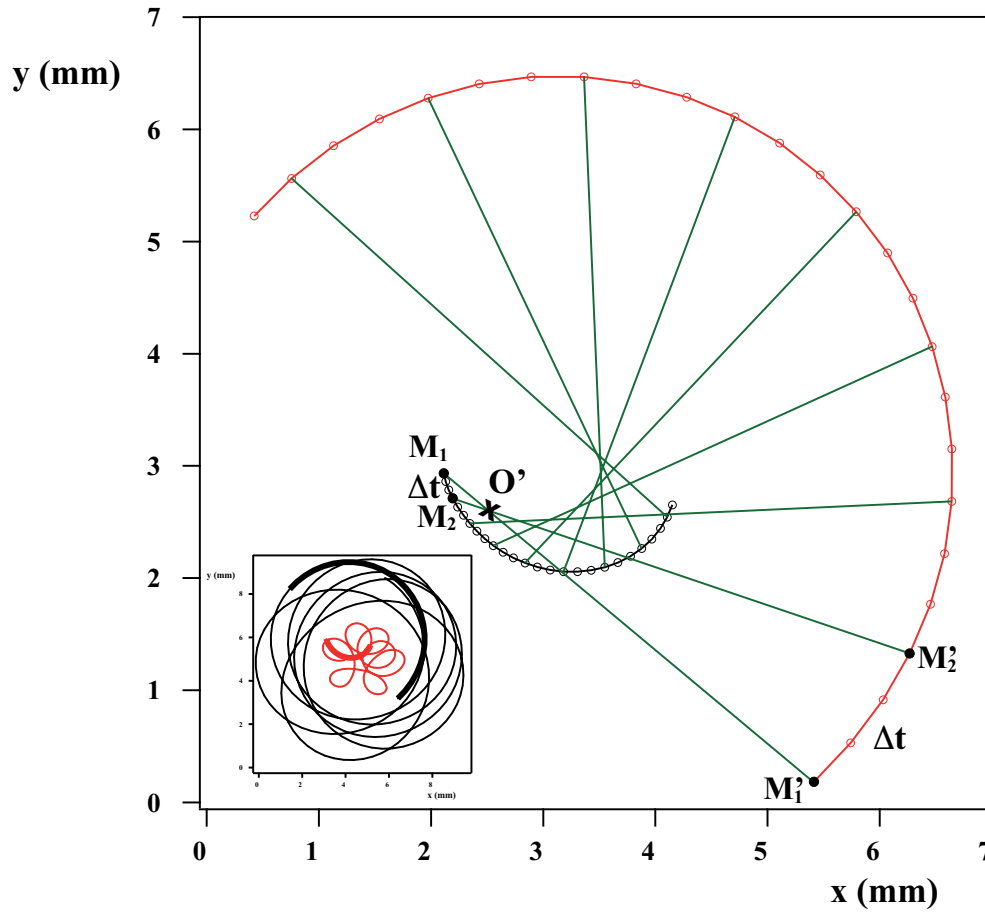


FIG. 6.23 – Construction du centre instantané de rotation. A l'instant t , la goutte (1) se situe au point M_1 et la goutte (2) au point M'_1 . Au temps $t + \Delta t$ la goutte (1) se situe en M_2 et la goutte (2) en M'_2 . L'intersection des droites $(M_1M'_1)$ et $(M_2M'_2)$ est le point O' centre instantané de rotation. A chaque instant, on peut déterminer un point O' et ainsi définir le centre instantané de rotation pour toute la trajectoire. Ce centre est mobile.

sont indépendantes du temps.

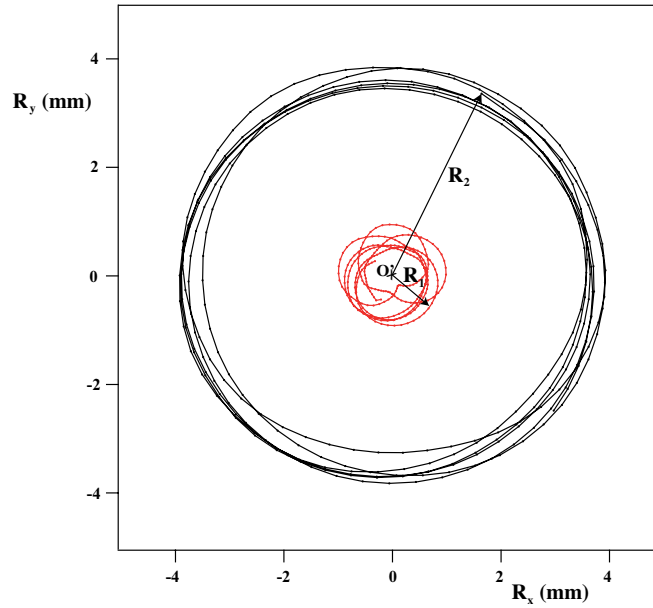


FIG. 6.24 – R_1 et R_2 dans le repère du centre instantané de rotation pour la trajectoire 6.6 (a).

Relation universelle entre rayons et vitesses La définition du centre instantané de rotation n'est pas spécifique aux épicycles mais peut s'appliquer aux autres modes d'organisation. Notons que dans le cas des promenades le centre instantané de rotation ne se trouve pas entre les gouttes mais à l'extérieur. Dans ce cas là, comme dans le cas des orbites, le centre instantané de rotation est immobile. En tous cas, c'est le centre instantané de rotation qui définit des rayons R_1 et R_2 .

Nous avons reporté sur la figure 6.5 les vitesses des plus grosses gouttes en fonction des vitesses des plus petites gouttes pour tous les modes d'organisation de deux gouttes observés. Les vitesses mesurées correspondent aux vitesses moyennes dans le cas des trajectoires oscillantes. Sur ce graphe, on remarque que les trajectoires épicycloïdales sont celles que l'on observe le plus souvent. Les épicycles correspondent au cas le plus général. Ils n'existent que lorsque les vitesses des gouttes sont très différentes, *i.e.*, les deux gouttes sont de tailles très différentes. Les trajectoires de deux gouttes en orbite ne sont observées que plus rarement. Il semble que dans ce cas là, une relation simple existe entre les vitesses des gouttes : $v_2 = 2v_1$. De même, pour les trajectoires en mode de promenade observées : les vitesses des deux gouttes ont des rapports simples.

Sur la figure 6.25, nous avons tracé le rapport des vitesses des deux gouttes en fonction du

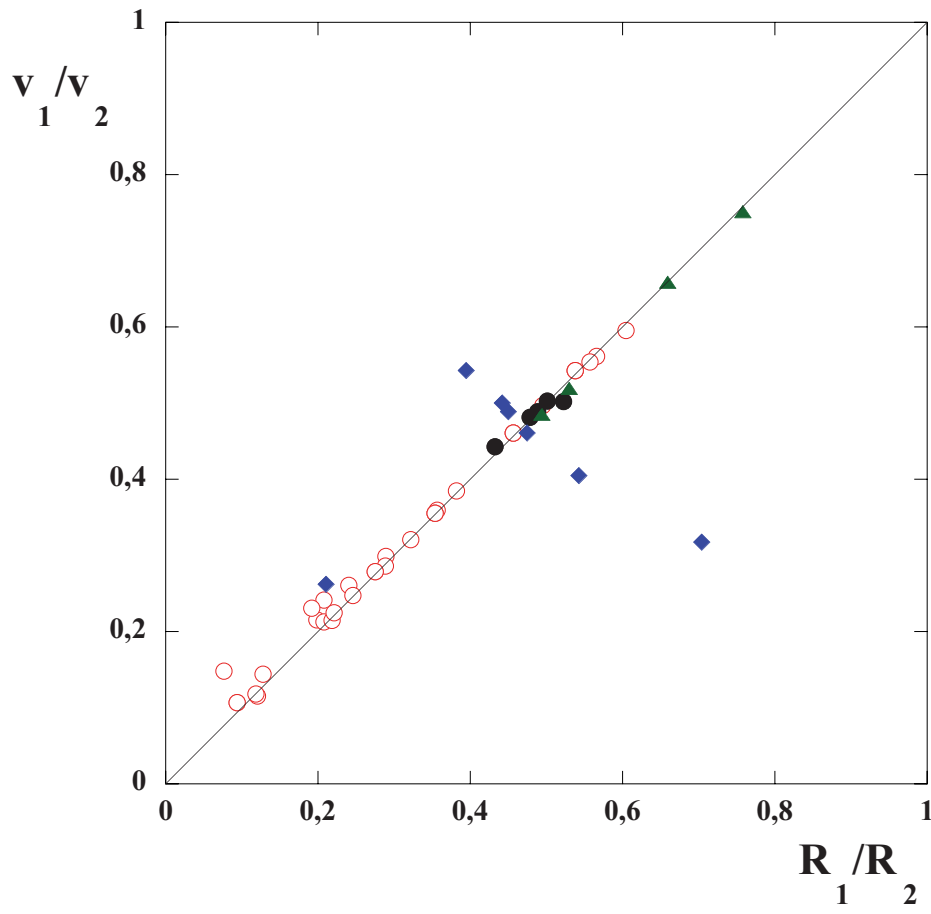


FIG. 6.25 – v_1/v_2 en fonction de R_1/R_2 . Cercles : épicycles, ronds : orbites, triangles : promenades, losanges : oscillations. $\mu_L = 20 \cdot 10^{-3}$ Pa.s, $f_0 = 80$ Hz.

rapport des rayons sur lequel chacune des gouttes orbite pour tous les modes de trajectoires de deux gouttes. Les rayons R_1 et R_2 dans le cas des épicycles correspondent au rayon moyen de chaque goutte dans le référentiel du centre instantané de rotation. Pour les trajectoires oscillantes, les rayons mesurés correspondent aux rayons moyens sur lesquels oscillent chaque goutte en orbite. Quelque soit le type de trajectoires effectuées par deux gouttes ensemble, on a la relation :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_1}{v_2}.$$

De plus, il faut noter que la distance entre les deux gouttes a également son rôle à jouer. Si les deux gouttes sont trop éloignées, elles n'interagissent pas l'une avec l'autre et chaque goutte se déplace seule au travers de la cellule. Il faut que la distance d entre les deux gouttes soit constante ou toujours proche d'un nombre entier de longueur d'onde de Faraday λ_F pour que les deux gouttes aient un comportement collectif.

6.4 Dynamique

Est-ce qu'on peut comprendre l'origine des mouvement collectifs des gouttes décrit ci-dessus ? Dans le chapitre précédent, nous avons déjà vu que l'interaction entre deux gouttes se fait via les ondes qu'elles génèrent. Chacune des deux gouttes tombe sur une surface en pente. La déformation de la surface résulte de la superposition des ondes accumulées par les rebonds précédents de ces deux gouttes. Lorsque les deux gouttes sont de même taille, les ondes qu'elles génèrent sont de même amplitude et aussi parfaitement en phase. Les deux gouttes retombent alors chacune sur des pentes symétriques, leur interaction est donc symétrique.

Dans le cas de deux gouttes de taille différente, la situation est beaucoup plus compliquée. Comme nous l'avons vu dans le deuxième chapitre sur le rebond simple de gouttes, une petite goutte va effectuer un saut plus haut à chaque rebond, et donc rester plus longtemps en l'air, qu'une grosse goutte. Les deux gouttes n'atterrissent donc pas exactement au même moment. Ainsi les ondes émises par chaque goutte diffèrent non seulement en amplitude mais aussi en phase. On ne s'attend pas à une interaction symétrique.

On peut cependant supposer (et on le voit qualitativement) que l'amplitude de l'onde émise par la grosse goutte est plus importante que celle qui correspond à la petite. On s'attend alors à ce que le mouvement de la petite goutte soit plus perturbé par la présence de la grosse goutte que l'inverse.

Nous pouvons aussi distinguer des pentes "attractives" et "répulsives". Pour deux gouttes en mode orbite ou en mode épicycle, les pentes sont attractives, c'est-à-dire qu'une goutte donnée tombe sur une pente qui la dirige vers l'autre. La pente attractive compense alors la

force centrifuge. Dans le cas des orbites, les gouttes tombent à chaque rebond sur des pentes constantes. Par contre on observe un mouvement plus complexe des gouttes qui est très probablement dû à une évolution temporelle des pentes. Cela fait varier les vitesses continûment. Il est raisonnable d'associer la variation de la pente avec la différence de phase des gouttes.

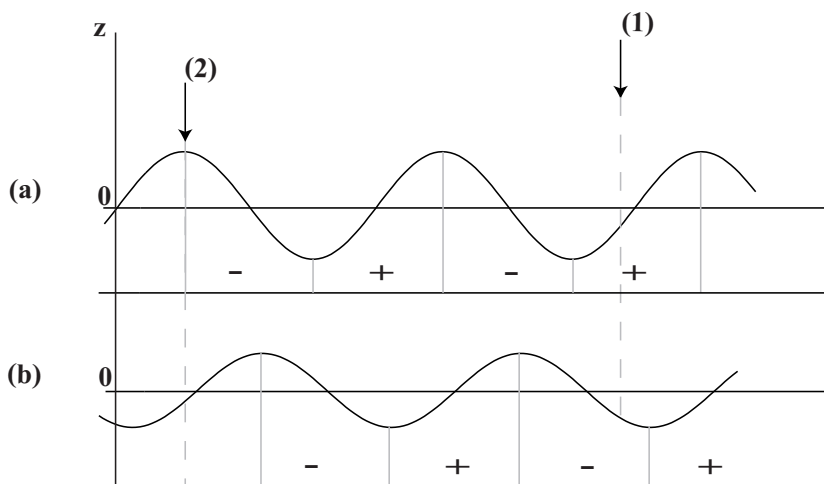


FIG. 6.26 – (a) À t la goutte (2), la grosse goutte, impacte la surface du liquide et crée une onde. (b) à $t + \Delta t$ la goutte (1), la plus petite, atterrit sur la pente répulsive de l'onde de l'autre goutte.

Le mode promenade est à première vue très troublant : une grosse goutte est attirée par une petite goutte alors que la petite est repoussée par la grosse. Ceci montre bien que le principe action=réaction ne s'applique pas à la physique des gouttes marcheurs. Du point de vue des ondes, ce comportement est moins paradoxal : la plus grosse goutte tombe sur une "pente attractive" et la petite goutte tombe sur une "pente répulsive". La plus grosse goutte est donc attirée vers le centre de rotation alors que la petite goutte tente de s'en éloigner.

Nous avons schématisé ce scénario sur la figure 6.26. La grosse goutte et la petite goutte n'atterrissent pas à la surface du liquide exactement au même moment. La grosse goutte atterrit la première et crée une onde (propagative) à la surface du liquide (figure 6.26 (a)). La petite goutte atterrit avec un léger déphasage, ce qui fait que pendant ce temps, l'onde formée par la grosse goutte a le temps de se propager. L'onde s'est tant propagée que la petite goutte (1) lorsqu'elle impacte la surface du liquide n'atterrit plus sur une pente "attractive" mais sur une pente répulsive. Ainsi, c'est ce déphasage qui permet aux deux gouttes de se placer sur un mode de promenade. Nous soupçonnons que c'est également la différence des phases

qui est responsable des trajectoires oscillantes. Les pentes doivent varier avec les oscillation.

Une autre interprétation des épicycles est la suivante. Les gouttes ont une vitesse préférentielle, leur vitesse en marche libre. De plus, la distance entre les gouttes doit prendre des valeurs discrètes, imposées par la longueur d'onde de Faraday. Cela peut engendrer une frustration. Les gouttes oscillent autour d'un mode non-accessible. Ce même argument peut aussi mener à des trajectoires oscillantes.

Plus généralement, l'interaction des gouttes via les ondes a des particularités assez inhabituelles. Le barycentre est le point entre deux objets où ils s'équilibrent. C'est le centre de gravité lorsque deux (ou plus) corps stellaires sont en orbite. Quand une lune est en orbite autour d'une planète, ou une planète orbite autour d'une étoile, les deux corps sont en fait en orbite autour d'un point à l'extérieur du centre du plus gros des deux corps. Les gouttes en orbite vont elles se placer sur une orbite telle que les vitesses s'équilibrent. C'est la vitesse des gouttes qui va déterminer l'orbite sur lequel elles vont se placer. Contrairement aux planètes, ce ne sont pas les masses des gouttes qui vont déterminer le rayon de l'orbite mais leurs vitesses. Ici, c'est au barycentre des vitesses que les deux gouttes sont sur une orbite stable. Si la vitesse varie, alors le rayon de l'orbite sur lequel se déplace la goutte va varier. En revanche, ce qui reste fixe, c'est d , la distance entre les deux gouttes.

6.5 Epicycles dans d'autres contextes

Comme nous l'avons vu, le mouvement collectif de deux gouttes de taille différente montre une riche phénoménologie. Pour une compréhension complète des trajectoires, il faudrait une connaissance et une compréhension profonde des ondes non-linéaires émises par chaque goutte ainsi que de leur rebond sur le liquide. Cela dépasse le cadre de cette thèse.

On pourrait cependant chercher à comprendre la dynamique des gouttes par analogie avec d'autres systèmes montrant un comportement similaire. Citons l'exemple des travaux de Li *et al.* [36].

Les ondes non-linéaires dans les milieux excitables prennent souvent des formes de spirales. Par exemple, dans la réaction chimique oscillante de Belousov-Zhabotinsky, il existe un domaine de concentrations des espèces où les spirales en rotation simple bifurquent vers une instabilité de sinuage. Li *et al.* [36] se sont intéressés à cette bifurcation. L'extrémité de la spirale en méandrage émet des ondes qui sont compressées à l'avant de l'extrémité de la spirale et dilatée à l'arrière. Deux types de spirales de méandrage sont observées. On étudie le mouvement de l'extrémité de la spirale. Lorsque celui-ci effectue une boucle vers l'intérieur, on a un mouvement épicycloïdal et lorsque celui-ci effectue une boucle vers l'extérieur, on a un

mouvement hypocycloïdal. Schrader *et al.* [60] ont également observé le méandrage d'ondes spiralées en milieux excités périodiquement et ont retrouvé ces trajectoires en épicycles.

Le méandrage de ces spirales chimiques pourrait indiquer un élément de compréhension. Notons que les ondes émises par les deux gouttes lors de leur rebond forment des spirales qui se déplacent dans le temps en suivant les gouttes.

Conclusion

Au cours de cette thèse, nous avons étudié un système nouveau, qui présente une association particulière entre une particule et les ondes qu'elle crée. Certaines propriétés de cette association sont dues à la particule, d'autres aux ondes. Ces dernières fournissent à ces objets une caractéristique non-locale qui est responsable des propriétés individuelles et collectives des gouttes rebondissantes. A ce titre il est utile de comparer nos associations particule-ondes avec les autres systèmes très variés de la physique non-linéaire où sont obtenues des ondes localisées.

L'archétype des ondes localisées est observé à une dimension dans des systèmes conservatifs. Ce sont les solitons dont il est bien connu qu'ils se déplacent sans se dissiper et sans se disperser. Ils n'existent qu'à une dimension et sont, du point de vue théorique, des solutions de l'équation de Schrödinger non linéaire ou de Korteweg-de Vries. Leur équivalent strict n'existe pas à deux dimensions.

Cependant à un sens large, il existe, à deux dimensions, dans des systèmes dissipatifs, des structures localisées solitaires qui peuvent se maintenir de façon stationnaire car on réinjecte périodiquement de l'énergie. De telles structures localisées ont été étudiées depuis longtemps dans divers systèmes dissipatifs théoriques ([2]) et expérimentaux. Des structures localisées localement périodiques mais spatialement confinées ont d'abord été observées (instabilité de Faraday [27], convection de Rayleigh-Bénard [64], instabilité de l'imprimeur [56]). Plus récemment, des structures spatialement confinées d'ondes oscillantes ont été observées dans des systèmes présentant une bifurcation de Hopf sous critique. Parmi leurs archétypes sont les oscillons observés pour la première fois dans du sable vibré par Umbanhowar *et al.* [70]. En faisant vibrer verticalement une couche de sable, ils observent la formation de petits tas de sables localisés (voir figure 6.27). Ces tas de sables oscillent en formant une pointe puis un cratère à la fréquence moitié de la fréquence excitatrice. Ce doublement de période permet la coexistence d'oscillons en phase "cratère" et en phase "pointe".

Dans tous les cas cités ci-dessus, l'apparition de structures localisées est due au caractère sous-critique de la bifurcation caractérisant l'instabilité du système. Lorsque le paramètre de

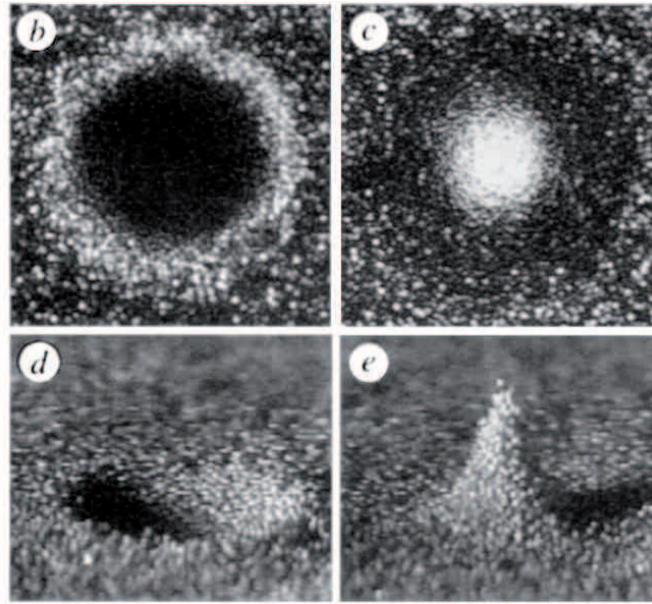


FIG. 6.27 – Photos d'un oscillon tirée de l'expérience de Umbanhowar *et al.* [70]. "(b)" et "(d)" Oscillon en phase "cratère", vu du dessus et de profil. "(c)" et "(e)" Oscillon en phase "pointe", vu du dessus et de profil.

contrôle a une valeur comprise dans la zone hystérétique, il y a, spatialement, coexistence de régions déjà bifurquées avec des zones stables. Si la bifurcation est, comme pour l'instabilité de Faraday, une bifurcation de Hopf, alors les régions bifurquées sont du type oscillon (voir figure 6.28 (a)). Pour que les oscillons existent, il faut que la bifurcation soit sous-critique : pour la même valeur du paramètre d'ordre, le régime stable sans onde et le régime où des ondes apparaissent coexistent.

Les ondes générées par les gouttes rebondissantes que nous avons étudiées ici peuvent être comparées à des oscillons. En effet chaque goutte rebondissante est entourée d'une onde localisée constamment entretenue. Toutefois ici, la bifurcation de Faraday générant ces ondes est supercritique et on est en dessous de son seuil d'instabilité. Un corps étranger, la goutte, sert d'excitateur local forçant ainsi localement l'instabilité (voir figure 6.28 (b)). On a bien coexistence des deux régimes mais l'onde est dans un régime linéaire sous le seuil d'instabilité.

Une des caractéristiques les plus remarquables de notre système est la transition de marche. Les gouttes rebondissantes se mettent à se déplacer à la surface du liquide à vitesse constante. Le moteur de ce déplacement tient, comme on l'a vu, à une interaction non-linéaire de la goutte avec sa propre onde. Nous avons vu que les marcheurs sont des structures localisées dissipatives qui se propagent à vitesse constante. Les gouttes passent de l'état de gouttes

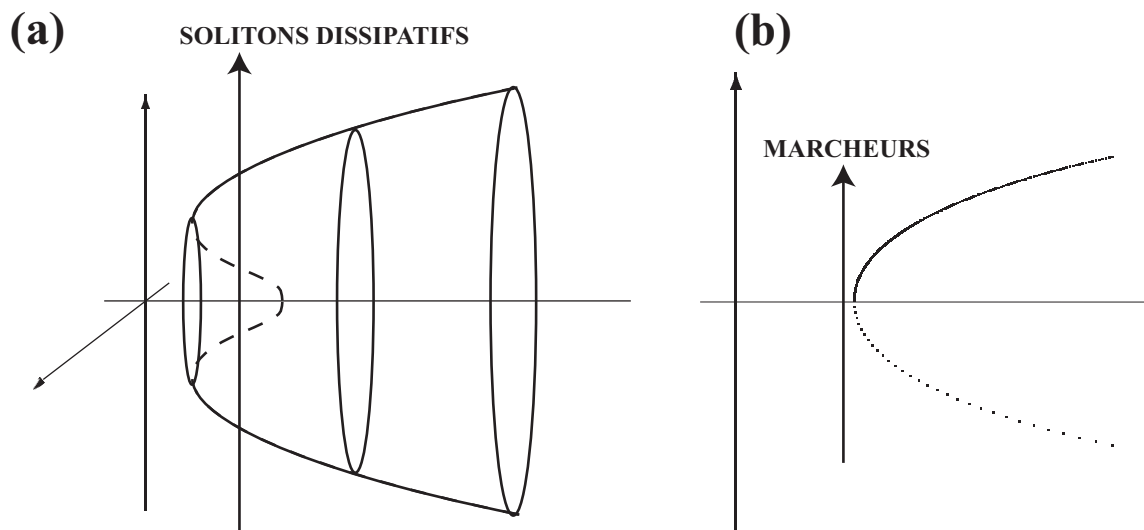


FIG. 6.28 – (a) bifurcation sous critique. Pour une gamme de valeurs du paramètre de contrôle, deux régimes existent. On observe des solitons dissipatifs. (b) bifurcation super-critique. Les marcheurs excitent localement l'instabilité de Faraday à l'endroit de la flèche, permettant ainsi la coexistence des deux régimes.

rebondissantes à marcheur par une transition supercritique, comme prédit par la théorie. On peut donc considérer que l'on observe bien une instabilité de dérive. Dans un deuxième temps nous avons observé la dynamique de telles structures.

La transition qui fait passer d'une structure localisée dissipative stationnaire à un objet se propageant à vitesse constante est appelée transition de dérive. De telles transitions ont d'abord été observées dans des régions finies de fronts de croissance directionnelle ([33] et [34], [56]). Elles ont été interprétées théoriquement par P. Coullet *et al.* [16]) comme résultant de la rupture de la symétrie de parité. Pour des domaines isolés, cette transition a été prédite de manière théorique par [50, 54, 31] par exemple, et trouvée supercritique. Liehr *et al.* [40, 39] ont été les premiers à observer expérimentalement cette transition dans un système de décharge de gaz.

Dans l'instabilité de Faraday, des déplacements spontanés de structures localisées ont été observés seulement par Lioubashevski *et al.* [41] dans des conditions d'extrême sous-criticalité. Ces auteurs font osciller verticalement une mince couche de liquide très visqueux. Ce milieu hautement dissipatif permet d'observer alors la formation d'états dissipatifs solitaires (voir figure 6.29) se propageant à la surface du liquide. Ces structures sont stables et se détruisent lorsqu'elles atteignent un des bords. L'onde localisée est dans ce travail de très grande amplitude et de structure interne complexe. Ces structures n'ont qu'une vitesse fixe de propagation et on n'observe pas de transition de marche bien définie.

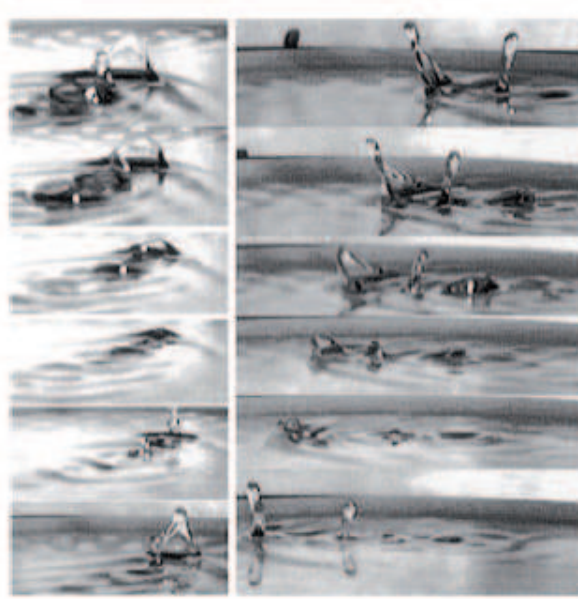


FIG. 6.29 – Vue de côté d'états solitaires se propageant. Photos tirées de Lioubashevski *et al.* [41] ; les photos sont prises à 20 ms d'intervalle.

Les interactions entre structures localisées ont fait l'objet de travaux théoriques très développés. Ceux-ci ont d'abord mis en évidence l'existence d'états liés [2] soit en paires, soit en réseau. L'interaction à distance de ces paquets d'ondes non linéaires de grande amplitude est le plus souvent due à l'existence autour de leur enveloppe extérieure d'une queue de distribution d'ondes de plus faible amplitude.

Dans notre système, lorsqu'on a deux gouttes rebondissantes immobiles à la surface du liquide et qu'on augmente progressivement l'amplitude des oscillations (le paramètre de contrôle de notre expérience), les deux gouttes forment un état lié. Elles rebondissent ensemble, en phase ou en opposition de phase, à une distance fixe à la surface du liquide. Les deux gouttes forment un objet analogue à un état lié stationnaire de solitons dissipatifs. Nous avons vu qu'un plus grand nombre de gouttes va s'organiser progressivement en un cristal bidimensionnel.

On peut comparer ces résultats avec ceux qui ont été obtenus dans d'autres systèmes. Ainsi l'auto-organisation des oscillons (Umbanhowar *et al.* [70]) est légèrement différentes. Deux oscillons en opposition de phase s'attirent progressivement jusqu'à une distance correspondant au rayon d'un cratère, à partir de laquelle ils sont liés et forment un dipôle, tandis que deux oscillons dans la même phase subissent une interaction répulsive à courte portée. Plusieurs oscillons peuvent interagir et s'auto-organiser en "cristal" de maille carrée ou en

chaîne de polymère. Toutefois dans cette expérience la distance caractéristique entre deux oscillons est fixée par la taille de ces structures, et non par une longueur d'onde privilégiée.

Des états liés stationnaires ont aussi été observés dans les systèmes optiques par Schäpers *et al.* [59]. Ils ont étudié la formation de réseaux de structures localisées et ont montré que certaines distances entre les structures localisées sont préférées dans la formation de réseau par le système. Comme prédit de manière théorique ([45], [58]), ces distances discrètes entre états localisés résultent de l'interaction des ondes, passant de répulsion à attraction lorsque l'on fait varier la distance entre structures. Plus le diamètre des franges d'interférence est grand, plus cette distance est grande. Comme pour les gouttes rebondissantes qui s'organisent en réseau au travers des ondes qu'elles émettent, dans les systèmes optiques ce sont les queues de distribution formées autour de chaque état localisé qui vont assurer la stabilité des états liés au travers des franges de diffraction. Cependant, seules les plus petites distances ont été observées pour les structures localisées dans un système optique car l'expérience ne permet pas une grande extension spatiale des franges de diffraction.

Il y a deux manières d'étudier les interactions entre marcheurs. Dans la première, que nous avons surtout utilisée, on étudie leurs collisions qui, comme nous l'avons montré, peuvent être soit répulsives, soit attractives. Dans tous les cas les objets incidents recouvrent leur intégrité après le choc. En ce sens ils sont comparables à des solitons qui se traversent sans destruction lors de leurs collisions. Cette analogie toutefois est seulement apparente puisqu'ici c'est le forçage qui restitue après collision sa vitesse naturelle à chacun des marcheurs.

Il est aussi possible de former un état lié en dessous de la transition de marche, puis de traverser celle-ci. Dans ce cas on observe que la paire de gouttes formant l'état lié se met spontanément en rotation à une vitesse angulaire qui croît comme la racine carrée de l'écart au seuil. Il s'agit ici de la transition prévue théoriquement par Moskalenko *et al.* [47] qu'une paire de solitons dissipatifs stationnaires liés peuvent spontanément se mettre en rotation lorsqu'on augmente le paramètre de contrôle progressivement. Cette bifurcation, appelée bifurcation rotationnelle, est similaire à la bifurcation de dérive. Elle n'a, à notre connaissance, été observée que par Liehr *et al.* [40] dans une expérience de décharge dans les gaz (voir figure 6.30). Cela n'est possible que si les structures dissipatives sont entourées d'ondes leur permettant de former des états liés par interférence. C'est bien ce même phénomène que l'on observe dans notre système.

Pour conclure, les solitons dissipatifs observés dans divers systèmes (réactions chimiques, semi-conducteurs, optique non-linéaire, hydrodynamique...), à des échelles aussi bien microscopiques que macroscopiques, permettent d'observer une auto-organisation dans des systèmes

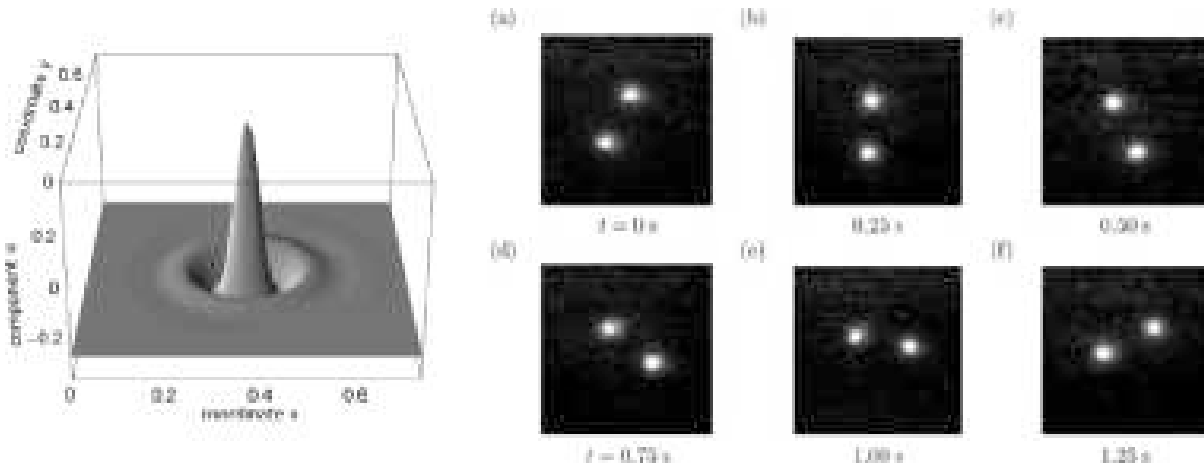


FIG. 6.30 – Un soliton dissipatif observé dans un système de type réaction-diffusion (gaz de décharge), puis plusieurs d’entre eux liés en rotation. Photos tirées de Liehr *et al.* [40].

hors d’équilibre. C’est pourquoi, les phénomènes décrits dans ces travaux peuvent s’inscrire dans un cadre plus large. En effet, on présente au travers de cette expérience, en nouvel exemple d’un système dissipatif qui, poussé dans une situation hors d’équilibre, au lieu d’atteindre le chaos va préférer trouver un moyen de se réorganiser à un différent niveau de complexité par diverses brisures de symétrie.

Enfin, on peut souligner qu’un marcheur est une association nouvelle à échelle macroscopique d’une particule avec une onde dont cette particule est la source. On a vu que ses propriétés reflètent cette double nature. Par exemple la mise en orbite résulte de l’équilibre des forces d’inertie dues à la masse de la goutte avec les forces attractives dues à l’interférence de leurs ondes. Un marcheur est un système très stable et dont on peut contrôler certains aspects. En changeant la distance au seuil de Faraday l’extension du paquet d’onde associé peut être considérablement accrue. Plus l’onde associée est étendue plus les interactions non locales du marcheur seront développées. La coopération entre l’objet compact formé par la goutte et l’objet étendu formé par l’onde amène à se poser la question suivante.

Cette association onde-particule macroscopique a-t-elle des propriétés dynamiques qui permettraient une comparaison avec la dualité onde-particule des objets à l’échelle quantique ? Une première expérience dans ce sens a été réalisée par Y. Couder *et al.* [14]. Ils font passer un marcheur au travers de une ou deux fentes, limitant alors l’extension des ondes. On a la surprise de trouver que la déviation d’un marcheur apparaît aléatoire alors qu’on retrouve des figures de diffraction et d’interférence en faisant l’histogramme des déviations des trajectoires de différents marcheurs observés. Bien qu’il soit trop tôt pour conclure on peut souligner que de manière très générale un marcheur vit dans un environnement affecté par les ondes qu’il a émises il y a très longtemps. Les marcheurs ont donc un aspect local (on sait où est la

goutte) mais aussi un aspect non local (au travers des ondes émises). Beaucoup des propriétés résultantes restent à étudier.

Bibliographie

- [1] Y. Amarouchene, G. Cristobal, and H. Kellay. Noncoalescing drops. *Phys. Rev. Lett.*, 87(20) :206104, 2001.
- [2] I. S. Aranson, K. A. Gorshkov, A. S. Lomov, and M. I. Rabinovich. Stable particle-like solutions of multidimensional nonlinear fields. *Physica D*, 43 :435–453, 1990.
- [3] P. Aussillous and D. Quéré. Liquid marbles. *Nature (London)*, 411 :924, 2001.
- [4] T. B. Benjamin and F. Ursell. The stability of the plane free surface of a liquid in vertical periodic motion. *Proc. R. Soc. Lond.*, A255(505), 1954.
- [5] A. L. Biance, C. Clanet, and D. Quéré. Leidenfrost drops. *Phys. Fluids*, 15 :1632, 2003.
- [6] J. Bico, C. Marzolin, and D. Quéré. Pearl drops. *Europhys. Lett.*, 47 :220, 1999.
- [7] F. Blanchette and T. P. Bigioni. Partial coalescence of drops at liquid interfaces. *Nature Physics*, 2 :254–257, 2006.
- [8] P. Boissel. La bille qui rebondit : une expérience simple pour aborder la physique du chaos. *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 86 :741, 1992.
- [9] Chan D. Y. C., Henry J.R., and White L. R. The interaction of colloidal particles collected at fluid interfaces. *J. of Colloid and Interf. Sc.*, 79 :410–418, 1981.
- [10] M. Callies and D. Quéré. On water repellency. *Soft Matter*, 1 :55, 2005.
- [11] G. E. Charles and S. G. Mason. The mechanism of partial coalescence of liquid drops at liquid/liquid interfaces. *J. Colloid Sci.*, 15(105), 1960.
- [12] N. Chen, T. Kuhl, R. Tadmor, Q. Lin, and J. Israelachvili. Large deformations during the coalescence of fluid interfaces. *Phys. Rev.*, 92(2), 2004.
- [13] N. Copernic. *De revolutionibus orbium coelestium*. Norimbergae : apud Ioh. Petreium, 1543.
- [14] Y. Couder and E. Fort. Single-particle diffraction and interference at a macroscopic scale. *Phys. Rev. Lett.*, 97(154101), 2006.
- [15] Y. Couder, E. Fort, C.-H., Gautier, and A. Boudaoud. From bouncing to floating : Noncoalescence of drops on a fluid bath. *Phys. Rev. Lett.*, 94(177801), 2005.

- [16] P. Couillet, R. E. Goldstein, and G. H. Gunaratne. Parity-breaking transitions of modulated patterns in hydrodynamic systems. *Phys. Rev. Lett.*, 63 :1954–1957, 1989.
- [17] P. Couillet, C. Tresser, and A. Arnéodo. Transition to turbulence for doubly periodic flows. *Phys. Lett. A*, 77 :327, 1980.
- [18] P.G. de Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quéré. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Echelles. Belin, 2002.
- [19] P. Dell’Aversana, J. R. Banavar, and J. Koplik. Suppression of coalescence by shear and temperature gradients. *Phys. Fluids*, 8(1), 1996.
- [20] P. Dell’Aversana, V. Tontodonato, and L. Carotenuto. Suppression of coalescence and of wetting : The shape of the interstitial film. *Phys. Fluids*, 9(9), 1997.
- [21] S. Douady. *Instabilité paramétrique d’ondes de surface*. PhD thesis, Université Paris VI, 1989.
- [22] S. Douady. Experimental study of the faraday instability. *J. Fluid Mech.*, 221 :383–409, 1990.
- [23] W. S. Edwards and S. Fauve. Parametrically excited quasicrystalline surface waves. *Phys. Rev. E*, 47(2), 1993.
- [24] W. S. Edwards and S. Fauve. Patterns and quasi-patterns in the faraday experiment. *J. Fluid. Mech.*, 278 :123–148, 1994.
- [25] M. Faraday. Faraday’s instability for viscous fluids. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, 52(319), 1831.
- [26] M. J. Feigenbaum. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. *J. Stat. Phys.*, 19 :25, 1978.
- [27] J. P. Gollub and C. W. Meyer. Symmetry-breaking instability on a fluid surface. *Physica D*, 6 :337–346, 1983.
- [28] E. Guyon, J. P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique physique*. Savoirs Actuels. CNRS Editions, 2001.
- [29] W. D. Harkins and F. E. Brown. The determination of surface tension (free surface energy), and the weight of falling drops : the surface tension of water and benzene by the capillary height method. *J. Am. Chem. Soc.*, 41 :499–254, 1919.
- [30] P. A. Kralchevsky and K. Nagayama. Capillary interactions between particles bound to interfaces, liquid films and biomembranes. *Adv. Colloid Interface Sci.*, 85 :145–192, 2000.
- [31] K. Krischer and A. Mikhailov. Bifurcation to traveling spots in reaction-diffusion systems. *Phys. Rev. Lett.*, 73 :3165, 1994.

- [32] K. Kumar and L. S. Tuckerman. Parametric instability of the interface between two fluids. *J. Fluid. Mech.*, 279 :49–68, 1994.
- [33] P. Kurowski, S. de Cheveigné, G. Faivre, and C. Guthmann. Cusp instability in cellular growth (directional solidification). *J. Phys. (Paris)*, 50 :3007, 1989.
- [34] P. Kurowski, C. Guthmann, and S. de Cheveigné. Shapes, wavelength selection, and the cellular-dendritic “transition” in directional solidification. *Phys. Rev. A*, 42 :7368–7376, 1990.
- [35] J. G. Leidenfrost. De aquae communis nonnullis qualitatibus tractatus. *Duisburg on Rhine*, 1756.
- [36] G. Li, Q. Ouyang, V. Petrov, and H. L. Swinney. Transition from simple rotating chemical spirals to meandering and traveling spirals. *Phys. Rev. Lett.*, 77(10), 1996.
- [37] A. Libchaber and J. Maurer. Local probe in a rayleigh-bénard experiment in liquid helium. *J. Physique - Lettres*, 39 :369, 1978.
- [38] A. Libchaber and J. Maurer. Une expérience de rayleigh-bénard en géométrie réduite ; multiplication, accrochage et démultiplication de fréquences. *J. Physique*, 41 :51, 1980.
- [39] A. W. Liehr, H. U. Bödeker, M. C. Röttger, T. D. Frank, R. Friedrich, and H.-G. Purwins. Drift bifurcation detection for dissipative solitons. *New J. Phys.*, 5(89), 2003.
- [40] A. W. Liehr, A. S. Moskalenko, Y. A. Astrov, M. Bode, and H. G. Purwins. Dynamics of spiral waves in excitable media subjected to external periodic forcing. *Eur. Phys. J. B*, 37 :199–204, 2004.
- [41] O. Lioubashevski, H. Arbell, and J. Fineberg. Dissipative solitary states in driven surface waves. *Phys. Rev. Lett.*, 76 :3959–3962, 1996.
- [42] O. Lioubashevski, J. Fineberg, and L. S. Tuckerman. Scaling of the transition to parametrically driven surface waves in highly dissipative systems. *Phys. Rev. E*, 55(4), 1997.
- [43] O. Lioubashevski, Y. Hamiel, A. Agnon, Z. Reches, and J. Fineberg. Oscillons and propagating solitary waves in a vertically vibrated colloidal suspension. *Phys. Rev. Lett.*, 83(16), 1999.
- [44] E. Lorenceau, C. Clanet, and D. Quéré. Capturing drops with a thin fiber. *JCIS*, 279 :192–197, 2004.
- [45] B. A. Malomed. Bound solitons in the nonlinear schrödinger–ginzburg-landau equation. *Phys. Rev. A*, 44 :6954, 1991.
- [46] P. Marmottant and E. Villermaux. Fragmentation of stretched liquid ligaments. *Phys. Fluids*, 16(8), 2004.

- [47] A. S. Moskalenko, A. W. Liehr, and H.-G. Purwins. Rotational bifurcation of localized dissipative structures. *Eur. Phys. Lett.*, 63(3), 2003.
- [48] C. Neinhuis and W. Barthlott. Characterization and distribution of water-repellent, self-cleaning plant surfaces. *Annals of Botany*, 79 :667, 1997.
- [49] M. M. Nicolson. The interaction between floating particles. *Proc. Camb. Philos. Soc.*, 45 :288–295, 1949.
- [50] V. V. Osipov. Criteria of spontaneous interconversions of travelling and static arbitrary dimensional dissipative structures. *Physica D*, 93 :143–156, 1996.
- [51] P. Pieranski. Jumping particle model. period doubling cascade in an experimental system. *J. Phys. (Paris)*, 44 :573–578, 1983.
- [52] P. Pieranski, Z. Kowalik, and M. Franaszek. Jumping particle model. a study of the phase space of a non-linear dynamical system below its transition to chaos. *J. Phys. (Paris)*, 46 :681–686, 1985.
- [53] P. Pieranski and J. Malecki. Noisy precursors and resonant properties of the period-doubling modes in a nonlinear dynamical system. *Phys. Rev. A*, 34(1), 1986.
- [54] L. M. Pismen. Nonlocal boundary dynamics of traveling spots in a reaction-diffusion system. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :548, 2001.
- [55] Ptolémée. *Ptolemy's Almagest. Translation by G. J. Toomer*. Princeton University Press, 1998.
- [56] M. Rabaud, Y. Couder, and S. Michalland. Wavelength selection and transients in the one-dimensional array of cells of the printer's instability. *Eur. J. Mech. B*, 10 :253–260, 1991.
- [57] Lord Rayleigh. Investigations in capillarity. *Philos. Mag.*, 48(321), 1899.
- [58] C. P. Schenk, P. Schütz, M. Bode, and H. G. Purwins. Interaction of self-organized quasiparticles in a two-dimensional reaction-diffusion system : The formation of molecules. *Phys. Rev. E*, 56 :6480, 1998.
- [59] B. Schäpers, M. Feldmann, T. Ackermann, and W. Lange. Interaction of localized structures in an optical pattern-forming system. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :748–751, 2000.
- [60] A. Schrader, M. Braune, and H. Engel. Dynamics of spiral waves in excitable media subjected to external periodic forcing. *Phys. Rev. E*, 52(1), 1995.
- [61] S. Shibuichi, T. Onda, N. Satoh, and K. Tsujii. Super water-repellent surfaces resulting from fractal structure. *J. Phys. Chem.*, 100 :19512, 1996.
- [62] K. R. Sreenivas, P. K. De, and J. H. Arakeri. Levitation of a drop over a film flow. *J. Fluid Mech.*, 380 :297–307, 1999.

- [63] J. Stavans, F. Heslot, and A. Libchaber. Fixed winding number and the quasiperiodic route to chaos in a convective fluid. *Phys. Rev. Lett.*, 55 :596, 1985.
- [64] V. Steinberg, G. Ahlers, and D. S. Cannell. Pattern formation and wavenumber selection by rayleigh-bénard convection in a cylindrical container. *Phys. Scr.*, 32 :534–547, 1985.
- [65] T. Tate. On the magnitude of a drop of liquid under different circumstances. *Phil. Mag.*, 27 :176–181, 1864.
- [66] S. T. Thoroddsen and K. Takehara. The coalescence cascade of a drop. *Phys. of Fluids*, 12(6), 2000.
- [67] N. B. Tufillaro and A. M. Albano. Chaotic dynamics of a bouncing ball. *Am. J. Phys.*, 54 :939–944, 1986.
- [68] N. B. Tufillaro, T.M. Mello, Y. M. Choi, and A. M. Albano. Period doubling boundaries of a bouncing ball. *J. Physique*, 47 :1477–1482, 1986.
- [69] N. B. Tufillaro, R. Ramshankar, and J. P. Gollub. Order-disorder transition in capillary ripples. *Phys. Rev. Lett.*, 62(4), 1989.
- [70] P. B. Umbanhowar, F. Melo, and H. L. Swinney. Localized excitations in a vertically vibrated granular layer. *Nature*, 382 :793–796, 1996.
- [71] D. Vella and L. Mahadevan. The ”cheerios effect”. *Am. J. Phys.*, 73(9), 2005.
- [72] C. Wagner, H. W. Müller, and K. Knorr. Faraday waves on a viscoelastic liquid. *Phys. Rev. Lett.*, 83 :308, 1999.
- [73] J. Walker. Drops of liquids can be made to float on the liquid. what enables them to do so? *Scient. Am.*, 238(6) :123–129, 1978.
- [74] E. J. Watson. The radial spread of a liquid over a horizontal plane. *J. Fluid Mech.*, 20 :481–499, 1964.
- [75] A. Wernet, C. Wagner, D. Papathanassiou, H. W. Müller, and K. Knorr. Amplitude measurements of faraday waves. *Phys. Rev. E*, 63(036305), 2001.
- [76] W. Zhang and J. Viñals. Pattern formation in weakly damped parametric surface waves. *J. Fluid Mech.*, 336 :301–330, 1997.

